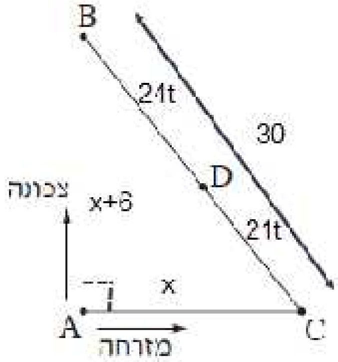
א. נסמן את מהירות הנסיעה של רוכב ב' ב- x **(קמ"ש) , ובהתאם** $x+6$ **היא מהירות הרכיבה של רוכב א'.**

		זמן (שעות)	מהירות (ק"מ לשעה)	דרך-מרחק (ק"מ)
רוכב א'	**צפונה מ- A ל- B**	1	$x+6$	$x+6$
רוכב ב'	**מזרחה מ- A ל- C**	1	x	x

המרחק ביניהם, BC, לאחר שעה של רכיבה הוא 30 **ק"מ.**

נמצא את מהירותם, באמצעות משפט פיתגורס במשולש ABC.



המשוואה המתאימה: $x^2+(x+6)^2=30^2$ **.**

נפתור את המשוואה.

$$x^2+(x+6)^2=900$$

$$x^2+x^2+12x+36=900$$

$$2x^2+12x-864=0$$

$$\boxed{x=18} \quad \rightarrow \boxed{x+6=24}$$

$$\cancel{x=-24} \quad \leftarrow x>0$$

תשובה: מהירות הנסיעה של רוכב א' היא 24 **קמ"ש, ושל רוכב ב' הייתה** 18 **קמ"ש.**

ב. נסמן את זמן הרכיבה של שני הרוכבים, החל מהשעה $9:10$ **ועד למפגש בנקודה D ב-** t **(שעות).**

במשך זמן זה עברו הרוכבים ביחד 30 **ק"מ , כאשר מהירות רוכב ב' עלתה ל-** 21 **קמ"ש**$=18+3$ **.**

המשוואה המתאימה: $24t+21t=30$ **.**

נפתור את המשוואה.

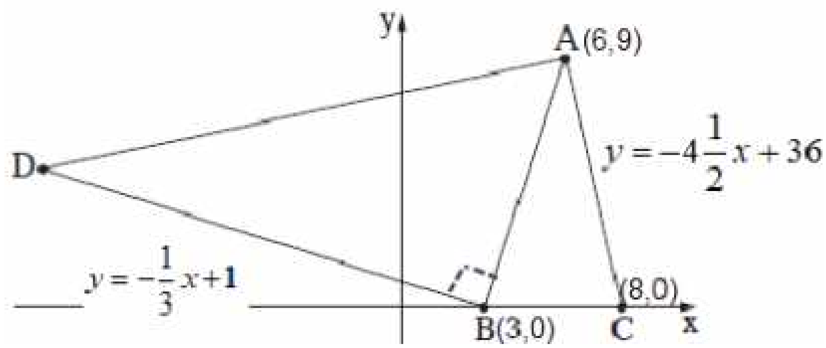
$$45t=30$$

$$\boxed{t=\frac{2}{3}}$$

בהתאם הם נפגשו כעבור $\frac{2}{3}$ **שעה, או כעבור** 40 **דקות** $=\frac{2}{3}\cdot 60$ **, מסיום המנוחה ב-** $9:10$ **.**

תשובה: הרוכבים נפגשו בשעה $9:50$**.**

א. נמצא את שיעורי הנקודה C**, הנמצאת על הישר** $y=-4\frac{1}{2}x+36$ **ועל ציר ה-** x **.**



נציב $y=0$ **במשוואת הישר.**

$$0=-4\frac{1}{2}x+36$$

$$4\frac{1}{2}x=36 \quad :/4\frac{1}{2}$$

$$x=8 \quad \rightarrow \boxed{C(8,0)}$$

אורך הצלע BC **, המונחת על ציר ה-** x **הוא** 5 **.**

$$x_B=x_C-5=9-5=3 \quad \rightarrow \boxed{B(3,0)}$$

תשובה: C(8,0) **,** B(3,0) **.**

ב. שטח המשולש ABC **הוא** $22\frac{1}{2}$**.**

$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot h_{BC}}{2}$$

$$22\frac{1}{2}=\frac{5\cdot h_{BC}}{2}$$

$$9=h_{BC} \quad \rightarrow y_A=9$$

נציב $y=9$ **במשוואת הישר:**

$$9=-4\frac{1}{2}x+36$$

$$4\frac{1}{2}x=27 \quad :/4\frac{1}{2}$$

$$x=6 \quad \rightarrow \boxed{A(6,9)}$$

תשובה: A(6,9)**.**

ג. נמצא את שיפוע הישר BD**.**

$m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{9-0}{6-3}=3$ **.**

הישר BD **מאונך לישר** AB**, ובהתאם לתנאי ניצבות** $m_1\cdot m_2=-1$ **, נקבל** $m_{BD}=-\frac{1}{3}$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נמצא את משוואת הישר BD**.**

$$y-0=-\frac{1}{3}(x-3)$$

$$\boxed{y=-\frac{1}{3}x+1}$$

תשובה: משוואת הישר BD **היא** $y=-\frac{1}{3}x+1$ **.**

ד. נתון $x_{\text{D}} = -12$ **.**

(1) נציב $x = -12$ **במשוואת הישר** BD **.**

$$y_{\text{D}} = -\frac{1}{3}\cdot(-12)+1 = 5 \quad \rightarrow \boxed{\text{D}(-12, 5)} \text{ .}$$

$$m_{\text{AD}} = \frac{y_{\text{A}}-y_{\text{D}}}{x_{\text{A}}-x_{\text{D}}} = \frac{9-5}{6-(-12)} = \frac{2}{9}$$

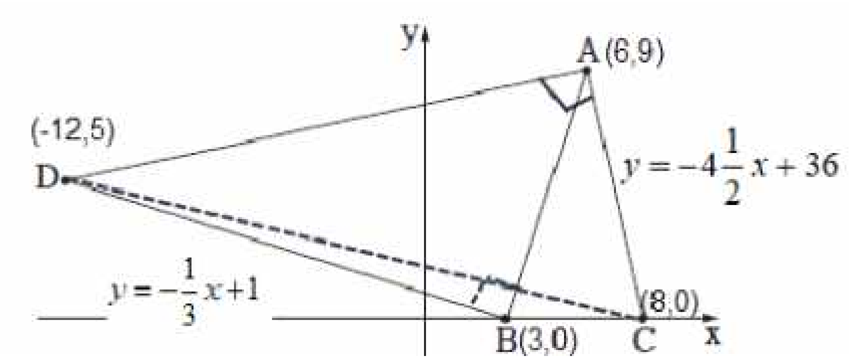
$m_{\text{AD}}\cdot m_{\text{AC}} = \frac{2}{9}\cdot(-4\frac{1}{2}) = -1$ **, ובהתאם לתנאי ניצבות , נקבל** $\boxed{\sphericalangle \text{DAC} = 90°} \rightarrow \quad \text{AD} \perp \text{AC}$ **.**

תשובה: הוכחנו ש- $\sphericalangle \text{DAC} = 90°$ **.**

(2) במשולש ישר זווית – מרכז המעגל החוסם הוא אמצע היתר, במקרה שלנו אמצע הצלע DC **,**
כי $\sphericalangle \text{DAC} = 90°$ **. (כמובן, שזה מפגש אנכים אמצעיים.)**

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{8+(-12)}{2} = -2 \\ y &= \frac{0+5}{2} = 2.5 \end{aligned}\right\} \boxed{(-2, 2.5)}$$

תשובה: מרכז המעגל החוסם את משולש DAC **הוא** $(-2, 2.5)$ **.**



א. נציב את כל הנתונים בטבלה מתאימה, ונראה חישובים רגילים וגם באמצעות נוסחאות ההסתברות המותנית.

יש 80 כדורים בשק (Bag), מתוכם 20 כחולים, ולכן 60 צהובים.

70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק, לכן יש כאלו 56 כדורים $70\%\cdot 80=0.7\cdot 80=$ **.**

ברישום מסודר של הסתברויות: $P(\text{Glass}\cap\text{Plastic})=0.7 \quad \to \text{N}(\text{Glass}\cap\text{Plastic})=0.7\cdot 80=56$ **.**

ומכאן שיש 4 כדורים צהובים שעשויים מזכוכית $60-56=$ **.**

25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים, לכן יש 16 כדורים העשויים מזכוכית $4:25\%=4:0.25=$ **.**

$$P(\text{Y}/\text{Glass})=0.25$$

$$\frac{\text{N}(\text{Y}\cap\text{Glass})}{\text{N}(\text{Glass})}=0.25$$

$$\frac{4}{0.25}=\text{N}(\text{Glass})$$

$$\text{N}(\text{Glass})=16$$

נשלים את הטבלה.

	B - צבע כחול	**Y - צבע צהוב**	
Glass - זכוכית	12	4	16
Plastic - פלסטיק	8	56	64
	20	60	80

תשובה: בשק יש 64 כדורים מפלסטיק .

ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.

(1) $$p(\text{B}\cap\text{Glass})=\frac{\text{N}(\text{B}\cap\text{Glass})}{\text{N}(\text{Bag})}=\frac{12}{80}=0.15$$

תשובה: ההסתברות, שהוציאו כדור כחול מזכוכית, היא 0.15 .

(2) $$p(\text{Glass}/\text{B})=\frac{\text{N}(\text{Glass}\cap\text{B})}{\text{N}(\text{B})}=\frac{12}{20}=0.6 \text{ .}$$

תשובה: ההסתברות שהוציאו מהשק כדור מזכוכית, אם ידוע שהכדור הוא כחול, היא 0.6 .

ג. חזרו על פעולת הוצאת כדור מהשק 4 פעמים.

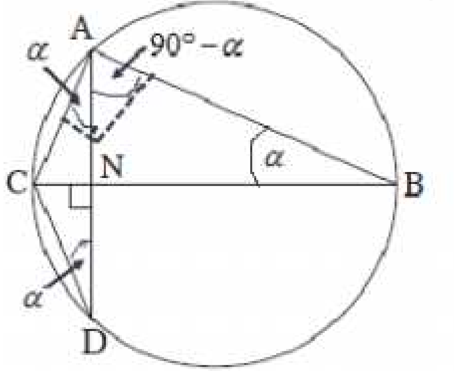
מדובר בהתפלגות בינומית, כאשר $n=4$, $p=P(\text{Y})=\frac{\text{N(Y)}}{\text{N(Bag)}}=\frac{60}{80}=0.75$, $k=3$.

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$\text{P}_4(3)=\binom{4}{3}\cdot 0.75^3\cdot 0.25^{4-3} = 4\cdot 0.75^3\cdot 0.25^1=\frac{27}{64}$$

תשובה: ההסתברות, שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים, היא $\frac{27}{64}$.

4



נתונים

1. BC **קוטר** **2.** $AD \perp BC$.

עבור ד. 3. $CD = 4$ **4. רדיוס המעגל =** 5 .

צ"ל: א. $\Delta ABC \sim \Delta NDC$ **ב.** ΔACD **שווה שוקיים**

ג. $(AC)^2 = NC \cdot BC$ **. ד.** NC

הסבר		טענה	נימוק
1	5	BC **קוטר**	
5	6	$\measuredangle CAB = 90°$	זווית היקפית הנשענת על הקוטר
2	7	$\measuredangle CND = 90°$	
6, 7	8	$\measuredangle CAB = \measuredangle CND$ **(ז)**	
	9	$\measuredangle B = \measuredangle D = \sim$ **(ז)**	זוויות היקפיות הנשענות על קשת משותפת $(\overset{\frown}{AC})$
8, 9	10	$\Delta ABC \sim \Delta NDC$	משפט דמיון זווית זווית
מ.ש.ל. א			
7, 9	11	$\measuredangle BAN = 90° - \sim$	ΔABN
6, 11	12	$\measuredangle NAC = \sim$	
9, 12	13	$\measuredangle NAC = \measuredangle D$	
13	14	ΔACD **שווה שוקיים**, $AC = DC$	אם שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים, והצלעות מולן שוות
מ.ש.ל. ב			
10	15	$\frac{AB}{ND} = \frac{AC}{NC} = \frac{BC}{DC}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
15	16	$AC \cdot DC = BC \cdot NC$	
14, 16	17	$(AC)^2 = NC \cdot BC$	
מ.ש.ל. ג			
3	18	$CD = 4$	
4	19	**רדיוס המעגל** = 5	
5, 19	20	$BC = 10$	
14, 18, 20	21	$4^2 = NC \cdot 10 \rightarrow NC = 1.6$	
מ.ש.ל. ד			

5

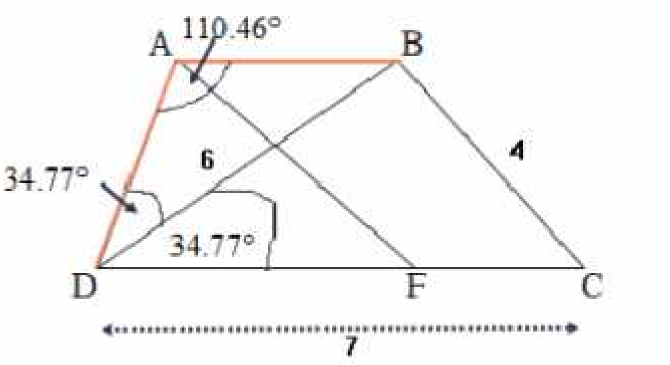
א. נשים לב שב- ΔBDC **נתונות שלוש צלעות .**

$$(BC)^2 = (BD)^2 + (CD)^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cdot \cos \sphericalangle BDC$$

$$\cos \sphericalangle BDC = \frac{(BD)^2 + (CD)^2 - (BC)^2}{2 \cdot BD \cdot CD}$$

$$\cos \sphericalangle BDC = \frac{6^2 + 7^2 - 4^2}{2 \cdot 6 \cdot 7}$$

$$\boxed{\sphericalangle BDC = 34.77^\circ}$$



תשובה: $\sphericalangle BDC = 34.77^\circ$.

ב. נתון גם: $AB = AD$ **, נשלים זוויות נדרשות.**

$$\sphericalangle ABD = \sphericalangle BDC = 34.77^\circ$$

$$\sphericalangle ADB = \sphericalangle ABD = 34.77^\circ$$

$$\sphericalangle BAC = 180^\circ - 2 \cdot 34.77^\circ = 110.46^\circ$$

$\underline{\Delta ABD}$ **לפי משפט הסינוסים**

$$\frac{AD}{\sin 34.77^\circ} = \frac{BD}{\sin 110.46^\circ}$$

$$AD = \frac{6 \cdot \sin 34.77^\circ}{\sin 110.46^\circ}$$

$$\boxed{AD = 3.652}$$

תשובה: אורך הצלע AD **הוא** 3.652 .

ג. נתון גם: $S_{\Delta ADF} = 8$, כאשר הנקודה F נמצאת על הצלע DC.

(1) נחשב את אורך הצלע DF.

$$S_{\Delta ADF} = \frac{AD \cdot DF \cdot \sin \sphericalangle ADF}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{15.32 \cdot 8.452 \sin 69.54°}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = 27.36cm^2}$$

תשובה: אורך הצלע DF הוא 4.676 .

(2) נחשב תחילה את אורך הצלע AF.

ΔADF על פי משפט הקוסינוסים:

$$(AF)^2 = (AD)^2 + (DF)^2 - 2 \cdot AD \cdot DF \cdot \cos 69.54°$$

$$(AF)^2 = 3.652^2 + 4.676^2 - 2 \cdot 3.652 \cdot 4.676 \cdot \cos 69.54°$$

$$(AF)^2 = 23.26$$

$$\boxed{AF = 4.823}$$

ΔADF לפי משפט הסינוסים

$$\frac{AF}{\sin 69.54°} = 2R$$

$$\frac{4.823}{2 \sin 69.54°} = R$$

$$\boxed{R = 2.574}$$

תשובה: רדיוס המעגל החוסם את ΔADF הוא 2.574.

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=\frac{x^2}{x^2+2x-3}}$.

(1) בתחום ההגדרה, המכנה שונה מאפס: $x^2+2x-3\neq 0 \quad \rightarrow x\neq -3\,,\, x\neq 1$.

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq -3\,,\, x\neq 1$.

(2) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים.

אסימפטוטות מקבילה לציר ה- y **: הישרים** $x=1$ **ו-** $x=-3$ **(מספר זה מאפס מכנה ולא מונה).**

אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x **:** $y=1$ **(חזקת מונה (2) שווה לחזקת מכנה (2) ,** $y\rightarrow \frac{x^2}{x^2}=1$ **).**

תשובה: $x=1$ **,** $x=-3$ **,** $y=1$**.**

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.

$$f'(x)=\frac{2x(x^2+2x-3)-x^2(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x\left[2(x^2+2x-3)-x(2x+2)\right]}{(x^2+2x-3)^2}$$

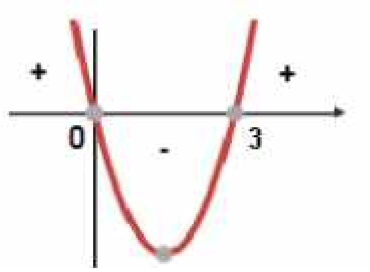
$$f'(x)=\frac{x(2x^2+4x-6-2x^2-2x)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x(2x-6)}{(x^2+2x-3)^2}}$$

$$0=x(2x-6)$$

$$x=0 \quad \rightarrow \boxed{(0,0)}$$

$$x=3 \quad \rightarrow \boxed{(3, 0.75)}$$

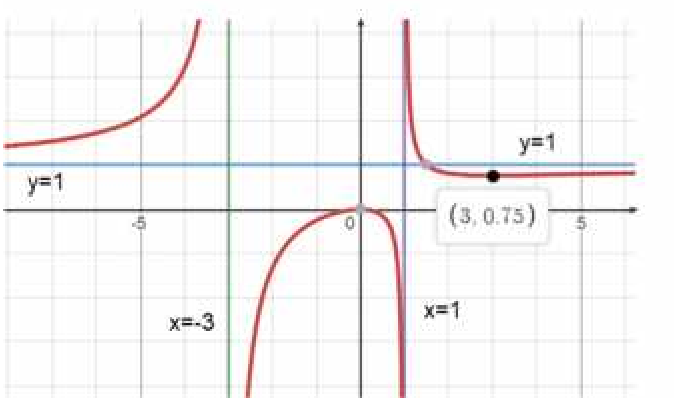


נמצא את סוג נקודות הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי), בעזרת ציור גרף <u>סימני</u> $f'(x)$ **,**
כאשר מכנה הנגזרת חיובי, והמונה הוא ביטוי אלגברי של פרבולה ישרה ("מחייכת").

x		3		1		0		-3	
$f'(x)$	+		-	🟧	-		+	🟥	+
מסקנה	↗	**Min**	↘	🟧	↘	**Max**	↗	🟥	↗

תשובה $(3, 0.75)$ **מינימום ,** $(0,0)$ **מקסימום.**

ג. סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+2x-3}$.



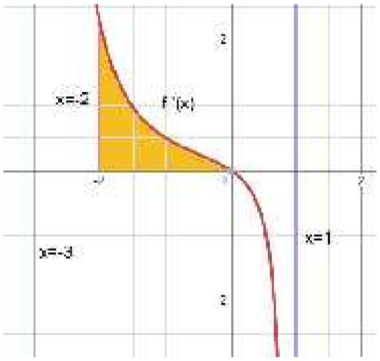
ד. נסרטט סקיצה של $f\,'(x)$ **בתחום** $-3<x<1$ **, ונחשב את השטח המבוקש.**

(1) שיקולים לציור גרף הנגזרת .

- $f\,'(0)=0$.
- **על פי טבלת עלייה/ירידה של** $f(x)$ **- מתקבל ש:**

$f\,'(x)>0$ **כאשר** $-3<x<0$ **, ו-** $f\,'(x)<0$ **כאשר** $0<x<1$**.**

- **הישרים** $x=1$ **,** $x=-3$ **מהווים אסימפטוטות אנכיות גם לגרף הנגזרת.**



תשובה: סקיצה של גרף הנגזרת, כולל סימון שטח לתת-סעיף ד(2).

(2) נחשב את השטח המבוקש.

$$S=\int_{-2}^{0}(f\,'(x)-0)\,dx=f(x)\Big]_{-2}^{0}$$

$$S=f(0)-f(-2)=0-(-\frac{4}{3})$$

$$\boxed{S=1\frac{1}{3}}$$

תשובה: השטח המבוקש הוא $1\frac{1}{3}$**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$ **, המוגדרת לכל** x **.**

נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ **.**

$$\boxed{f'(x)=4(x-3)^3}$$

$$0=4(x-3)^3 \quad \to x-3=0$$

$$x=3 \quad \to \boxed{(3,-16)}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(2)=-4<4 \\ f'(4)=4>0 \end{array}\right\} \min$$

תשובה: שיעורי נקודת הקיצון הם $(3,-16)$ **.**

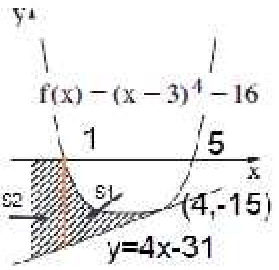
ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **, מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=(x-3)^4-16$$

$$16=(x-3)^4$$

$$2=x-3 \quad \to 5=x \quad \to \boxed{(5,0)}$$

$$-2=x-3 \quad \to 1=x \quad \to \boxed{(1,0)}$$



תשובה: שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x **הם:** $(5,0)$ **,** $(1,0)$**.**

ג. נמצא את משוואת המשיק, ונחשב את השטח המבוקש.

(1) שיעורי נקודת ההשקה הם $\boxed{(4,-15)} \quad \leftarrow \quad f(4)=(4-3)^4-16$ **.**

שיפוע המשיק הוא $f'(4)=4\cdot(4-3)^4=4$ **.**

$$y-(-15)=4(x-4) \quad \to \boxed{y=4x-31}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=4x-31$ **.**

(2) נחשב את השטח המבוקש, על-ידי חלוקתו לשני שטחים.

$$S_1=\int_1^4((x-3)^4-16-(4x-31))\,dx$$

$$S_1=\int_1^4((x-3)^4+15-4x)\,dx$$

$$S_1=\frac{(x-3)^5}{5}+15x-\frac{4x^2}{2}\Big]_1^4$$

$$\left.\begin{array}{ll} x=4 & 28.2 \\ x=1 & 6.6 \end{array}\right\} S_1=28.2-6.6 \quad \to \boxed{S_1=21.6}$$

$$S_2=\int_0^1(0-(4x-31))\,dx$$

$$S_2=\int_0^1(-4x+31)\,dx$$

$$S_2=-\frac{4x^2}{2}+31x\Big]_0^1$$

$$\left.\begin{array}{ll} x=1 & 29 \\ x=0 & 0 \end{array}\right\} S_2=29-0 \quad \to \boxed{S_2=29}$$

וגודל השטח המבוקש הוא 50.6 **יח"ר** $=29+21.6$ **.**

תשובה: השטח המבוקש הוא 50.6 **יח"ר.**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נסמן $BE = x$ **,** $0 < x < 10$.

(1) הנקודה E **היא אמצע הצלע** BC **, לכן** $BC = 2x$.

סכום שתי אורכי צלעות סמוכות במלבן הוא 20 **, לכן** $AB = 20 - 2x$**.**

נחשב את AE **באמצעות משפט פיתגורס ב-** ΔABE**.**

$$(AE)^2 = x^2 + (20 - 2x)^2$$

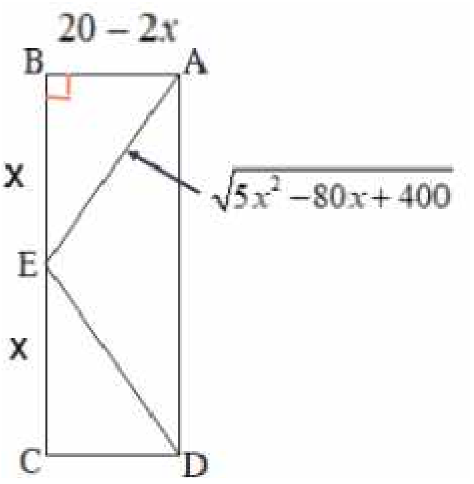
$$(AE)^2 = x^2 + 400 - 80x + 4x^2$$

$$(AE)^2 = 5x^2 - 80x + 400$$

$$\boxed{AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}}$$

תשובה: $AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}$ **.**

(2) הפונקציה שיש להביא ***למינימום*** **היא** ***אורך הקטע*** AE**.**



$$AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}$$

$$\boxed{(AE)' = \frac{10x - 80}{\sqrt{5x^2 - 80x + 400}}}$$

$$0 = 10x - 80$$

$$80 = 10x$$

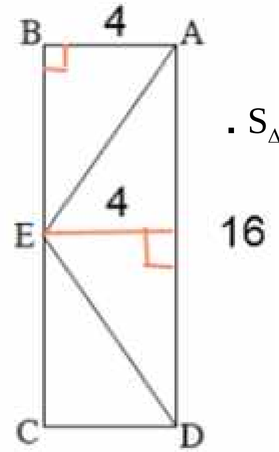
$$\boxed{x = 8}$$

$$\left.\begin{array}{l} (AE)'(7) = \dfrac{10 \cdot 7 - 80}{+} = \dfrac{-10}{+} < 0 \\ (AE)'(9) = \dfrac{10 \cdot 9 - 80}{+} = \dfrac{10}{+} > 0 \end{array}\right\} x = 8 \quad Min$$

$$BC = 2 \cdot 8 = 16 \quad \rightarrow \boxed{BC = AD = 16}$$

$$AB = 20 - 2 \cdot 8 = 4 \quad \rightarrow \boxed{AB = DC = 4}$$

תשובה: $BC = AD = 16$ **,** $AB = DC = 4$ **, עבורן אורך הקטע** AE **הוא מינימלי.**



ב. שטח המשולש AED **שווה למחצית משטח המלבן, לכן** $S_{\Delta AED} = \dfrac{AB \cdot AD}{2} = \dfrac{4 \cdot 16}{2} = 32$.

הסבר: רוחב המלבן שווה לגובה לצלע AD .

תשובה: שטח ΔAED **הוא** 32 **יח"ר.**