א. (1) נתון כי מחיר ארוחה במסעדה הוא 80 שקלים לכל סועד.

למסעדה הגיעו יותר מ- 30 סועדים.

בעל המסעדה הבטיח כי במקרה שכזה, תהייה הנחה של 5%

$\frac{100-5}{100}\cdot 80=0.95\cdot 80=76$ **מחיר הארוחה לכל סועד (שקלים).**

תשובה: המחיר לכל סועד היה 76 שקלים.

(2) החברה שילמה בסך הכול $3,268$ שקלים עבור כלל הסועדים, במחיר של 76 שקלים לסועד.

$$3,268:76=43$$

תשובה: למסעדה הגיעו 43 סועדים.

ב. אילו הגיעו למסעדה 15 סועדים, הייתה החברה משלמת $1,344$ שקלים לכולם ביחד.

$1,344:15=89.6$ **, כלומר 9.6 יותר מהמחיר הבסיסי של 80 שקלים לכל סועד.**

$$\frac{9.6}{80}\cdot 100=12\%$$

תשובה: החברה התחייבה להוסיף 12% למחיר הארוחה.

א. נסמן ב- v את מהירותה של רכבת I (קמ"ש).

לכן $2v$ מהירותה של רכבת II (קמ"ש).

$s=vt$ **- המרחק (s) שווה למהירות (v) כפול זמן (t)**

נשלים את הנתונים בטבלה.

רכבות	**זמן** t **שעות**	**מהירות** v **קמ"ש**	**דרך-מרחק -** s **ק"מ**
I	3	v	$3v$
II	3	$2v$	$6v$

בהנחה שהכוונה שהרכבות הגיעו למרחק של 90 ק"מ לפני שחלפו זו על פני זו.

(ניסוח השאלה הותיר אפשרות של מרחק זה גם לאחר שחלפו זו על פני זו),

הרי שסכום המרחקים שעברו שתי הרכבות היה 810 ק"מ $900-90=$.

לכן, המשוואה המתאימה: $3v+6v=810$

נפתור את המשוואה:

$$\begin{aligned}
&3v+6v=810\\
&9v=810 \quad /:9\\
&\boxed{v=90}
\end{aligned}$$

תשובה: $v=90$.

ב. רכבת I עברה 900 ק"מ, במהירות של 90 קמ"ש, בדרכה מתחנה A לתחנה B .

לכן עשתה זאת במשך 10 שעות $900:90=$.

את הדרך חזור לתחנה A עשתה בזמן הארוך ב- 20% מזמנה הלוך.

12 **שעות** $\frac{100+20}{100}\cdot 10=1.2\cdot 10=$

לכן עשתה זאת המהירות 75 קמ"ש $900:12=$.

תשובה: 75 קמ"ש.

- **הערה: כאשר המרחק קבוע, 900 ק"מ, במקרה זה,**
  הרי שאם הזמן גדל ב- 20% הרי שהמהירות קטנה ב- 20% (זהו יחס הפוך),
  כלומר 75 קמ"ש $\frac{100-20}{100}\cdot 90=0.8\cdot 10=$.

א. הנקודה M היא מרכז המעגל $(x-7)^2+y^2=R^2$.

נתון כי אורך הקטע AB, שהוא קוטר המעגל, שווה ל- 10 ס"מ, לכן רדיוס המעגל הוא $10:2=5$

ומכאן שמשוואת המעגל היא $(x-7)^2+y^2=25$.

תשובה: $R=5$, $(x-7)^2+y^2=25$

ב. שיעורי מרכז המעגל הם $M(7,0)$ ורדיוסו 5.

כיוון שמרכז המעגל וכן נקודות A ו- B מונחים על ציר ה- x,

הרי ש- $A(2,0)$ ו- $B(12,0)$, בהתאם למרחקם, 5 יחידות, ממרכז המעגל.

תשובה: $A(2,0)$, $B(12,0)$.

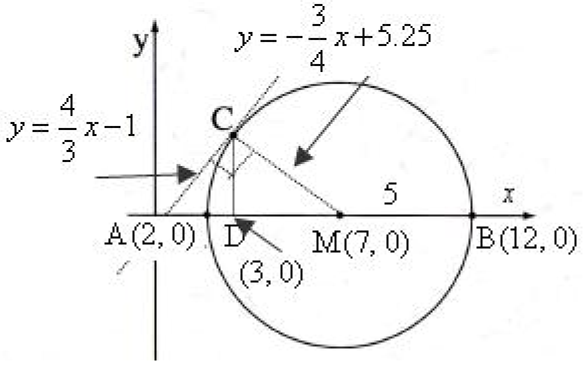
ג. הישר $y=\frac{4}{3}x-1$, ששיפועו $\frac{4}{3}$, משיק למעגל בנקודה C, כאשר המשיק מאונך לרדיוס בנקודת השקה.

(1) $\sphericalangle ACM=90^\circ$ ולכן על פי תנאי ניצבות $\frac{4}{3}m_{MC}=-1 \;\rightarrow m_{MC}=\frac{-1}{\frac{4}{3}} \;\rightarrow m_{MC}=-\frac{3}{4}$

משוואת הרדיוס $y-0=-\frac{3}{4}(x-7) \;\rightarrow \boxed{y=-\frac{3}{4}x+5.25}$

תשובה: $y=-\frac{3}{4}x+5.25$.

(2) הנקודה C, נקודת ההשקה, נמצאת על המשיק ועל הרדיוס



$$\begin{cases} y=\frac{4}{3}x-1 \\ y=-\frac{3}{4}x+5.25 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}x-1=-\frac{3}{4}x+5.25$$

$$2\frac{1}{12}x=6.25$$

$$x=3 \;\rightarrow y=\frac{4}{3}\cdot 3-1=3 \;\rightarrow \boxed{C(3,3)}$$

תשובה: $C(3,3)$.

ד. BD מונחת על ציר ה- x ובהתאם $BD=x_B-x_D=12-3=9$.

CD הגובה לצלע BD מקביל לציר ה- y ובהתאם $CD=y_C-y_D=3-0=3$.

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה. $S_{\Delta CDB}=\frac{BD\cdot CD}{2}=\frac{9\cdot 3}{2}=13.5 \;\rightarrow \boxed{S_{\Delta CDB}=13.5}$

תשובה: שטח המשולש CDB הוא 13.5 יח"ר.

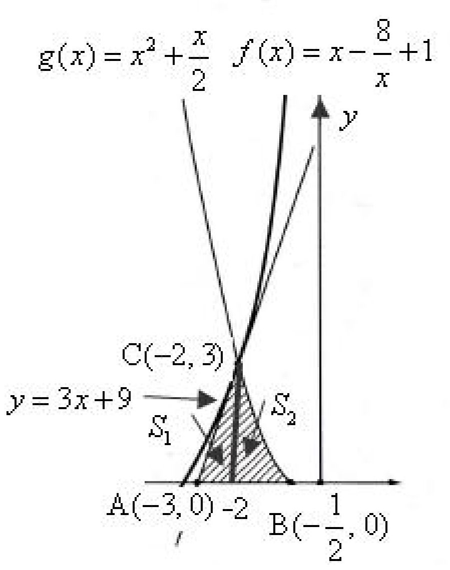
א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=x-\frac{8}{x}+1$ **ברביע השני, כאשר** $f'(x_C)=3$ **, כי זה שיפוע המשיק בנקודה.**

$$f'(x)=1+\frac{8}{x^2}$$

$$3=1+\frac{8}{x^2}$$

$$2=\frac{8}{x^2} \quad \rightarrow 2x^2=8 \quad \rightarrow x^2=4 \quad \rightarrow x=-2 \quad \leftarrow x<0$$

$$f(-2)=-2-\frac{8}{-2}+1=3 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{C}(-2,3)}$$



תשובה: $\mathrm{C}(-2,3)$

(2) $\mathrm{C}(-2,3)$ **,** $m=3$

$$y-3=3(x-(-2))$$

$$y-3=3x+6$$

$$\boxed{y=3x+9}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=3x+9$ **.**

(3) A **היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-** x **, בה מתקיים** $y=0$

$$0=3x+9 \quad \rightarrow -3x=9 \quad \rightarrow x=-3$$

$$\boxed{\mathrm{A}(-3,0)}$$

תשובה: $\mathrm{A}(-3,0)$ **.**

ב. נחלק את השטח לשני שטחים.

	S_2
פונקציה עליונה	$g(x)=x^2+\frac{x}{2}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x גדול	$x=-\frac{1}{2}$
x קטן	$x=-2$

$$S_1=\frac{1\cdot 3}{2}=1.5 \quad \rightarrow \boxed{S_1=1.5}$$

$\mathrm{B}(-\frac{1}{2},0)$ **היא נקודת החיתוך של** $g(x)=x^2+\frac{x}{2}$ **עם ציר ה-** x **.**

$$S_2=\int_{-2}^{-0.5}(x^2+\frac{x}{2}-0)\,dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{4}\Big]_{-2}^{-0.5}=(\frac{(-0.5)^3}{3}+\frac{(-0.5)^2}{4})-(\frac{(-2)^3}{3}+\frac{(-2)^2}{4})$$

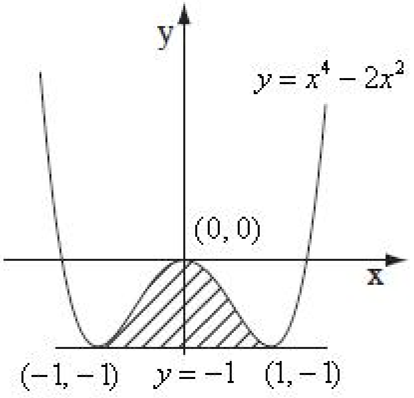
$$S_2=\frac{1}{48}-(-1\frac{2}{3}) \quad \rightarrow \boxed{S_2=1\frac{11}{16}}$$

גודל השטח המקווקו: $S=S_1+S_2=1.5+1\frac{11}{16}=3\frac{3}{16}$

תשובה: $3\frac{3}{16}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $\boxed{y = x^4 - 2x^2}$

על פי הציור הנתון יש נקודת מקסימום אחת ושתי נקודות מינימום, נמצא אותן.



$$\boxed{y' = 4x^3 - 4x}$$
$$0 = 4x^3 - 4x$$
$$0 = 4x(x^2 - 1)$$
$$4x = 0 \quad \to x = 0 \quad \to y = 0^4 - 2 \cdot 0^2 = 0 \quad \to (0, 0)$$
$$x^2 - 1 = 0 \quad \to x^2 = 1 \quad \to x = \pm 1$$
$$y = 1^4 - 2 \cdot 1^2 = -1 \quad \to (1, -1)$$
$$y = (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^2 = -1 \quad \to (-1, -1)$$
$$\boxed{y'' = 12x^2 - 4}$$
$$y''(0) = 12 \cdot 0^2 - 4 < 0 \quad \to \boxed{(0, 0), Max}$$
$$y''(1) = 12 \cdot 1^2 - 4 > 0 \quad \to \boxed{(1, -1), Min}$$
$$y''(-1) = 12 \cdot (-1)^2 - 4 > 0 \quad \to \boxed{(-1, -1), Min}$$

תשובה: $(0, 0), Max$ **,** $(1, -1), Min$ **,** $(-1, -1), Min$

ב. (1) הישר שעובר דרך שתי נקודות המינימום מקביל לציר ה- x **, כי שיעורי ה-** y **שווים,**

ולכן משוואת הישר היא של פונקציה קבועה, $y = -1$ **.**

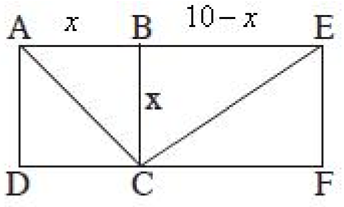
תשובה: $y = -1$

(2) נחשב את השטח המבוקש.

	S
פונקציה עליונה	$y = x^4 - 2x^2$
פונקציה תחתונה	$y = -1$
x **גדול**	$x = 1$
x **קטן**	$x = -1$

$$S = \int_{-1}^{1} (x^4 - 2x^2 - (-1))\, dx$$
$$S = \int_{-1}^{1} (x^4 - 2x^2 + 1)\, dx$$
$$S = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x \Big]_{-1}^{1} = (\frac{1^5}{5} - \frac{2 \cdot 1^3}{3} + 1) - (\frac{(-1)^5}{5} - \frac{2 \cdot (-1)^3}{3} + 1)$$
$$S = \frac{8}{15} - (-\frac{8}{15}) \quad \to \boxed{S_2 = 1\frac{1}{15}}$$

תשובה: $1\frac{1}{15}$ **יח"ר.**



א. x **- אורך צלע הריבוע** BC **,**

וכיוון ש- ABCD **ריבוע, גם** $AB = x$

(1) נתון כי $AE = 10$ **ס"מ .**

ולכן: $BE = 10 - x$

תשובה: $BE = 10 - x$ **.**

(2) נשתמש במשפט פיתגורס:

$$\underline{\Delta CEB}$$

$$(CE)^2 = (BE)^2 + (BC)^2 \quad \to (CE)^2 = (10-x)^2 + x^2$$

$$(CE)^2 = (10-x)(10-x) + x^2 \quad \to (CE)^2 = 100 - 10x - 10x + x^2 + x^2$$

$$\boxed{(CE)^2 = 2x^2 - 20x + 100}$$

תשובה: $(CE)^2 = 2x^2 - 20x + 100$ **.**

ב.הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא הסכום $(AC)^2 + (CE)^2$ **:**

$$\underline{\Delta CAB}$$

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \quad \to (AC)^2 = (x)^2 + (x)^2$$

$$(AC)^2 = 2x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 100 + 2x^2$$

$$\boxed{f(x) = 4x^2 - 20x + 100}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{f'(x) = 8x - 20}$$

$$0 = 8x - 20$$

$$-8x = -20 \quad / : (-8)$$

$$\boxed{x = 2.5}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון . $f'(2) = 8\cdot 2 - 20 < 0, \quad f'(3) = 8\cdot 3 - 20 > 0$

x	3	2.5	2
$P'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	Min	↘

ב- $x = 2.5$ **עוברת הפונקציה מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $BC = 2.5$ **ס"מ , עבורו הסכום של** $(AC)^2 + (CE)^2$ **הוא מינימלי.**

ג. $f(2.5) = 4\cdot 2.5^2 - 20\cdot 2.5 + 100 = 75$

תשובה : הערך המינימלי של הסכום $(AC)^2 + (CE)^2$ **הוא** 75 **סמ"ר.**