א. נסמן ב- x - מספר הסועדים בקבוצה א', ולכן $x-10$ הוא מספר הסועדים בקבוצה ב',
שמספר הסועדים בה היה קטן ב- 10 ממספר הסועדים בקבוצה א'.

קבוצה א' בחרה בתפריט צמחוני, במחיר של 34 שקלים לסועד, ושילמה $34x$ שקלים בסך הכול.
קבוצה ב' בחרה בתפריט בשרי, במחיר של 68 שקלים לסועד, ושילמה $68(x-10)$ שקלים בסך הכול.

המחיר הכולל ששילמה קבוצה ב' היה 75% מן המחיר הכולל ששילמה קבוצה א'.
המשוואה המתאימה: $68(x-10)=75\%\cdot 34x$, כלומר: $68(x-10)=0.75\cdot 34x$.
נפתור את המשוואה:

$$68(x-10)=0.75\cdot 34x$$
$$68x-680=25.5x \quad /+680-25.5x$$
$$42.5x=680 \quad /:42.5$$
$$\boxed{x=16} \quad \to \boxed{x-10=16-10=6}$$

תשובה: מספר הסועדים בקבוצה א' היה 16 ומספר הסועדים בקבוצה ב' היה 6.

ב. אילו מספר הסועדים בקבוצה ב' היה 16 (כמו מספר הסועדים בקבוצה א'),
היא הייתה משלמת 1088 שקלים $=68\cdot 16$.
תשובה: 1088 שקלים.

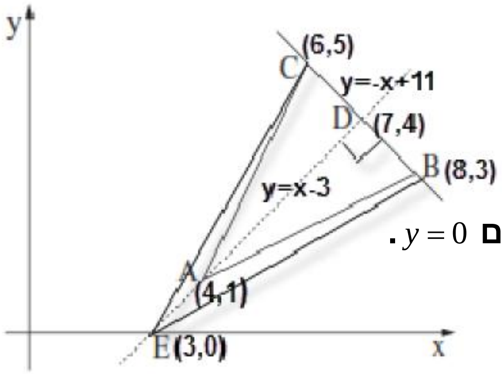
א. (1) משוואת הצלע BC **היא** $y=-x+11$ **, ולכן השיפוע שלה הוא** -1 **.**

הגובה AD **לצלע זו מאונך לה, ולכן השיפוע שלו הופכי לנגדי:** $m_{AD}\cdot m_{BC}=-1 \quad \rightarrow \boxed{m_{AD}=1}$ **.**

תשובה: $m_{AD}=1$ **.**

(2) נמצא את משוואת הישר AD **, לפי:** $m_{AD}=-1$ **,** $A(4,1)$ **.**

$$y-1=1(x-4)$$
$$y-1=x-4$$
$$\boxed{y=x-3}$$



תשובה: משוואת הישר AD **היא** $y=x-3$ **.**

ב. נמצא את שיעורי הנקודה E **, שעל ציר ה-** x **, בה מתקיים** $y=0$ **.**

נציב $y=0$ **במשוואת הישר** AD **.**

$$0=x-3$$
$$x=3 \quad \rightarrow \boxed{E(3,0)}$$

נמצא את שיעורי הנקודה D **.**

$$D\begin{cases} y=x-3 \\ y=-x+11 \end{cases}$$
$$x-3=-x+11 \quad /+x+3$$
$$2x=14 \quad /:2$$
$$x=7 \quad \rightarrow y=7-3=4 \quad \rightarrow \boxed{D(7,4)}$$

משולש ABC **הוא שווה שוקיים, לכן הגובה** AD **הוא גם תיכון, כלומר הנקודה** D **היא אמצע הצלע** BC **.**

$$\left.\begin{aligned} x_D=\frac{x_C+x_B}{2}\rightarrow 7=\frac{x_C+8}{2}\rightarrow 14=x_C+8\rightarrow x_C=6 \\ y_D=\frac{y_C+y_B}{2}\rightarrow 4=\frac{y_C+3}{2}\rightarrow 8=y_C+3\rightarrow y_C=5 \end{aligned}\right\}\boxed{C(6,5)}$$

תשובה: $E(3,0)$ **,** $D(7,4)$ **,** $C(6,5)$ **.**

ג. ΔCEB **שווה שוקיים, כי** ED **הוא גובה וגם תיכון לצלע** BC **.**

או: $EB=EC$ $\left\{\begin{aligned} d_{EC}=\sqrt{(3-6)^2+(0-5)^2}=\sqrt{34} \\ d_{EB}=\sqrt{(3-8)^2+(0-3)^2}=\sqrt{34} \end{aligned}\right.$ **, לכן המשולש שווה שוקיים.**

תשובה: הוכַח.

א. נתונה משוואת המעגל $(x-6)^2+(y-3)^2=125$ (שמרכזו $M(6,3)$ ורדיוסו $\sqrt{125}$).

(1) שיפוע המשיק למעגל בנקודה $A(16,8)$ הוא -2.

הרדיוס MA מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן על פי תנאי ניצבות: $m_{mashik}\cdot m_{\text{AM}}=-1$,

ושיפוע הרדיוס (הופכי לנגדי) הוא $+\frac{1}{2}$.

נמצא את משוואת הרדיוס MA :

$$y-3=\frac{1}{2}(x-6)$$
$$y-3=\frac{1}{2}x-3$$
$$y=\frac{1}{2}x$$

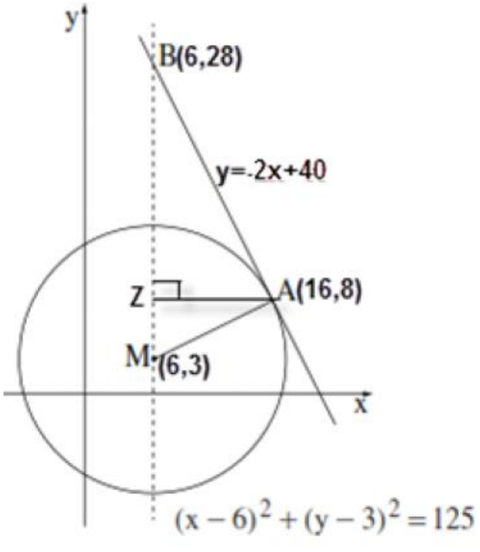
נציב $x_A=16$ במשוואת הרדיוס: $y_A=\frac{1}{2}\cdot16=8\to\boxed{y_A=8}\to A(16,8)$

תשובה: $y_A=8$ **, כי על פי הציור שיעור ה-** y **של הנקודה** A **הוא חיובי.**

(2) נמצא את משוואת המשיק למעגל, לפי: $m_{mashik}=-2$ **,** $A(16,8)$ **.**

$$y-8=-2(x-16)$$
$$y-8=-2x+32$$
$$\boxed{y=-2x+40}$$

תשובה: משוואות המשיק היא $y=-2x+40$.



ב. נציב $x=6$ **במשוואת המשיק:**

$y=-2\cdot6+40=28\to\boxed{B(6,28)}$ **.**

תשובה: $B(6,28)$ **.**

ג. שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה,

כאשר AZ **הוא הגובה לצלע** BM **.**

$$AZ=x_A-x_Z=16-6=10$$
$$BM=y_B-y_M=28-3=25$$

$$S_{\Delta CDM}=\frac{BM\cdot AZ}{2}=\frac{25\cdot10}{2}=125\to\boxed{S_{\Delta AMB}=125}$$

תשובה: שטח המשולש הוא 125 **יח"ר.**

4

א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x-8\sqrt{x}$.

תחום ההגדרה: $x\ge 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).**

תשובה: $x\ge 0$.

ב. נמצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה ואת סוגה .

$$f'(x)=2-\frac{8}{2\sqrt{x}}$$

$$0=2-\frac{8}{2\sqrt{x}}\quad /\cdot 2\sqrt{x}$$

$$0=4\sqrt{x}-8$$

$$8=4\sqrt{x}=\quad /:4$$

$$2=\sqrt{x}$$

$$\boxed{x=4}\quad\rightarrow\quad f(4)=2\cdot 4-8\sqrt{4}\quad\rightarrow\boxed{(4,-8)}$$

נבנה טבלת עלייה וירידה, לזיהוי סוג הקיצון ועבור סעיף ג

$$f'(3)=2-\frac{8}{2\sqrt{3}}<0,\quad f'(5)=2-\frac{8}{2\sqrt{5}}>0$$

x	5	4	3	0
y'	+	0	-	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

תשובה: $(4,-8)$ **מינימום.**

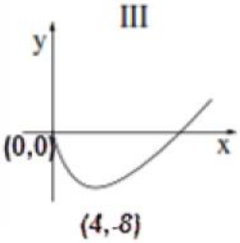
ג. תשובה: על פי הטבלה בסעיף הקודם: ירידה $0<x<4$ **, עלייה** $x>4$.

ד. חיתוך עם ציר y **, לכן** $x=0$ **-** $f(0)=2\cdot 0-8\sqrt{0}=0$ **ובהתאם** $(0,0)$ **.**

תשובה: $(0,0)$ **.**

ה. הגרף המתאים הוא גרף III **, לפי תחומי עלייה וירידה, נקודת קיצון מינימום** $(4,-8)$ **,**

שיעורי נקודות החיתוך עם ציר y **ותחום ההגדרה** $x\ge 0$ **כאשר** $(0,0)$ **נקודת קצה (מקסימום).**



תשובה: גרף III **.**

א. נמצא את שיעורי הנקודות A **ו-** B **, נקודות הקיצון של הפונקציה** $\boxed{f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 6\frac{2}{3}}$.

$$f'(x) = -\frac{3x^2}{3} + 4x + 5$$

$$\boxed{f'(x) = -x^2 + 4x + 5}$$

$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot(-1)\cdot 5}}{2\cdot(-1)} \quad \to x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-4+6}{-2} = \frac{2}{-2} = -1 \quad \to f(-1) = -\frac{(-1)^3}{3} + 2\cdot(-1)^2 + 5\cdot(-1) + 6\frac{2}{3} \to \boxed{B(-1, 4)}$$

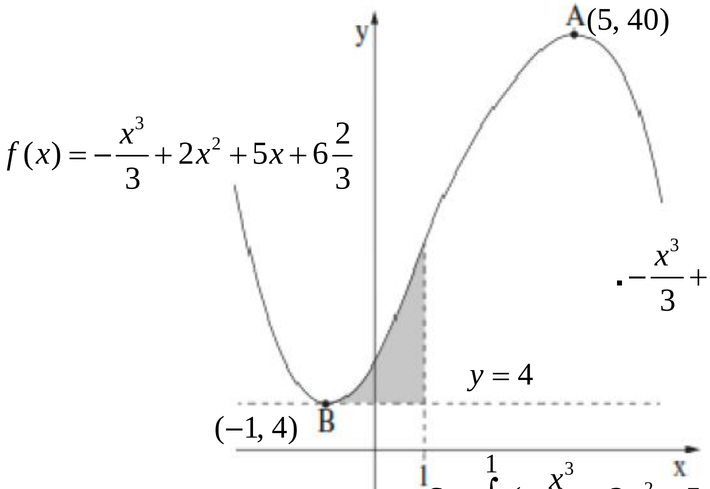
$$x_2 = \frac{-4-6}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \quad \to f(5) = -\frac{5^3}{3} + 2\cdot 5^2 + 5\cdot 5 + 6\frac{2}{3} \to \boxed{A(5, 40)}$$

תשובה: $A(5, 40)$ **,** $B(-1, 4)$.

ב. בנקודות הקיצון של $f(x)$ **,משוואות המשיקים הן פונקציה קבועה.**

בהתאם משוואת המשיק, בנקודה $B(-1, 4)$ **היא** $y = 4$.

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 4$.



ג. הפרש פונקציות: $-\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 6\frac{2}{3} - 4 = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 2\frac{2}{3}$.

$$S = \int_{-1}^{1} (-\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 2\frac{2}{3})\,dx$$

$$S = -\frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 2\frac{2}{3}x \Big]_{-1}^{1}$$

$$S = (-\frac{1^4}{12} + \frac{2\cdot 1^3}{3} + \frac{5\cdot 1^2}{2} + 2\frac{2}{3}\cdot 1) - (-\frac{(-1)^4}{12} + \frac{2\cdot(-1)^3}{3} + \frac{5\cdot(-1)^2}{2} + 2\frac{2}{3}\cdot(-1))$$

$$S = \frac{23}{4} - (-\frac{11}{12}) \quad \to \boxed{S = 6\frac{2}{3}}$$

תשובה: גודל השטח הוא $6\frac{2}{3}$ **יח"ר** .

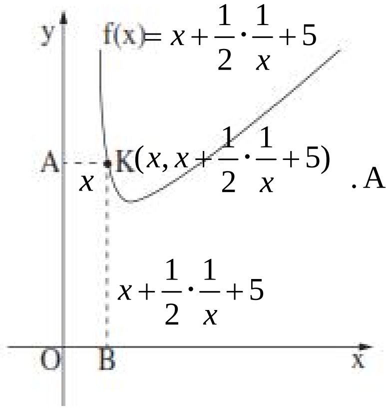
א. בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x)=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5$ **בתחום** $x>0$.

נסמן ב- x **את שיעור ה-** x **של הנקודה** K **, ולכן שיעורי הנקודה הם** $\mathrm{K}(x, x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5)$ **.**

צלעות המלבן AKBO **מקבילות לצירים, לכן:**

$$\mathrm{AK}=x_{\mathrm{K}}-x_{\mathrm{A}}=x-0=x$$

$$\mathrm{KB}=y_{\mathrm{K}}-y_{\mathrm{B}}=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5-0=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5$$



תשובה: $\mathrm{AK}=x$ **,** $\mathrm{KB}=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5$ **.**

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *היקף המלבן* AKBO .

$$\mathrm{P}(x)=2\mathrm{AK}+2\mathrm{KB}$$

$$\mathrm{P}(x)=2x+2(x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5)$$

$$\mathrm{P}(x)=2x+2x+\frac{1}{x}+10$$

$$\boxed{\mathrm{P}(x)=4x+\frac{1}{x}+10}$$

$$(\mathrm{P}(x))'=4-\frac{1}{x^2} \quad \rightarrow \boxed{(\mathrm{P}(x))'=\frac{4x^2-1}{x^2}}$$

$$0=\frac{4x^2-1}{x^2}$$

$$0=4x^2-1$$

$$1=4x^2$$

$$\frac{1}{4}=x^2$$

$$\boxed{x_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}} \quad \leftarrow x_{\mathrm{K}}>0$$

$$\mathrm{P}'(0.1)=\frac{4\cdot 0.1^2-1}{+}<0, \quad \mathrm{P}'(0.6)=\frac{4\cdot 0.6^2-1}{+}>0$$

x	0.6	0.5	0.4	0
$\mathrm{P}'(x)$	**+**	0	**-**	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $x_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}$, **עבורו היקף המלבן** AKBO **יהיה מינימלי.**