א. הסוחר מכר 5 גופיות פגומות במחיר כולל של 80 ₪, כלומר שילם על כל אחת 16₪ $= 80:5$

ההפסד היה 20% לגופיה, כלומר קיבל תמורתן 80% מעלות הקנייה.

x **- מחיר גופיה בקנייה (₪)**

המשוואה המתאימה: $80\%x = 16$

הפתרון:

$0.8x = 16 \quad / : 0.8$

$\boxed{x = 20}$

תשובה: הסוחר שילם 20 ₪ עבור גופייה אחת.

ב. את שאר הגופיות מכר הסוחר ברווח של 30%**, כלומר במחיר של 26 ₪** $= 130\% \cdot 20 = \frac{130}{100} \cdot 20 = 1.3 \cdot 20 =$ **.**

n **- מספר הגופיות שקנה הסוחר**

		כמות	מחיר לגופייה ₪	סך הכול ₪
קנייה		n	20	$20n$
מכירה	בהפסד	5	16	80
	ברווח	$n-5$	26	$26(n-5)$

הרווח הכולל (ממכירת גופיות פגומות ו*לא* פגומות) היה 190 ₪.

והמשוואה המתאימה: $20n + 190 = 80 + 26(n-5)$

נפתור את המשוואה:

$20n + 190 = 80 + 26(n-5)$

$20n + 190 = 80 + 26n - 130$

$-6n = -240 \quad / : (-6)$

$\boxed{n = 40}$

תשובה: הסוחר קנה 40 גופיות.

א. הישרים $y=x$ **ו-** $y=x-5$ **מקבילים זה לזה, כי שיפועיהם שווים** $(m=1)$.

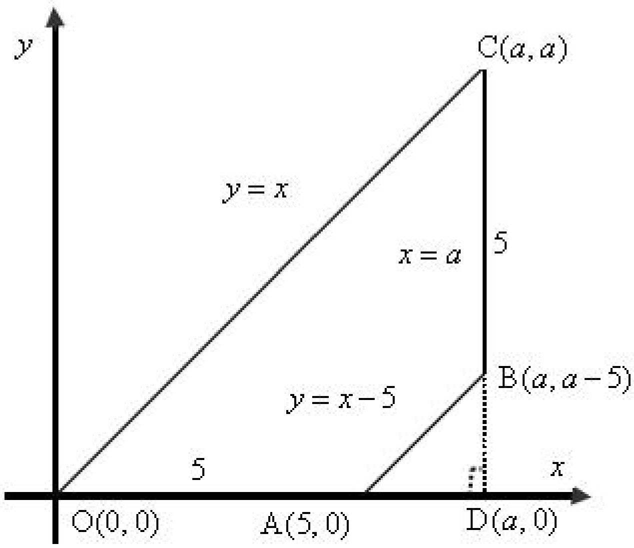
$OC \parallel AD$ **, אולם** $CB \nparallel OA$ **, ולכן המרובע** ABCO **הוא טרפז.**

כיוון שהישר $y=x$ **יוצר זווית של** $45°$ **עם ציר ה-** x $(m=1)$,

וזווית $\sphericalangle ODC$ **ישרה, הרי שגם** $\sphericalangle OCD$ **בת** $45°$,

כלומר שזוויות הבסיס שוות זו לזו והטרפז הוא שווה שוקיים.

תשובה: המרובע ABCO **הוא טרפז שווה שוקיים.**



ב. נמצא את קדקודי המרובע ABCO.

הישר $y=x$ **עובר בראשית הצירים וחותך את** $x=a$ **ב-** C,

לכן $O(0,0)$, $C(a,a)$.

הישר $y=x-5$ **חותך את ציר ה-** x $(y=0)$ **ב-** A

וחותך את $x=a$ **ב-** C**, לכן** $A(5,0)$, $C(a,a-5)$.

תשובה: $A(5,0)$, $B(a,a-5)$, $C(a,a)$, $O(0,0)$.

ג. הישר $x=a$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** D **ולכן שיעוריה** $D(a,0)$.

(1) $$S_{\Delta ADB}=\frac{AD\cdot BD}{2}=\frac{(a-5)\cdot(a-5)}{2}=\frac{(a-5)^2}{2}$$

תשובה: שטח המשולש ADB **הוא** $\frac{(a-5)^2}{2}$ **יחידות שטח.**

(2) $$S_{\Delta ODC}=\frac{OD\cdot CD}{2}=\frac{a\cdot a}{2}=\frac{a^2}{2}$$

$$S_{ABCO}=S_{\Delta ODC}-S_{\Delta ADB}$$

$$S_{ABCO}=\frac{a^2}{2}-\frac{(a-5)^2}{2}=\frac{a^2-(a^2-10a+25)}{2}=\frac{a^2-a^2+10a-25}{2}$$

$$\boxed{S_{ABCO}=\frac{10a-25}{2}}$$

תשובה: $S_{ABCO}=\frac{10a-25}{2}$ **יחידות שטח.**

(3) נתון כי שטח המרובע ABCO **הוא** 22.5 .

$$22.5=\frac{10a-25}{2}$$

$$45=10a-25$$

$$70=10a \quad /:10$$

$$\boxed{a=7}$$

תשובה: $a=7$.

א. (1) בקובייה מאוזנת הסיכוי לקבלת מספר כלשהו בהטלה אחת הוא $\frac{1}{6}$

$P(4\cup 6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ היא ההסתברות לקבלת מספר זוגי גדול מ- 3 (4 או 6) בהטלת קובייה אחת.

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{3}$.

(2) ההסתברות לקבלת מספר זוגי $P(2\cup 4\cup 6)=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

ההסתברות לקבלת מספר גדול מ- 3 $P(4\cup 5\cup 6)=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$.

מאורע החיתוך של שני מאורעות אלו, הוא המאורע "מספר זוגי גדול מ- 3" שההסתברות לו היא $\frac{1}{3}$,

כאשר $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$, ולכן המאורעות תלויים זה בזה ($P(A)\cdot P(A)\neq P(A\cap B)$)

תשובה: *לא*, המאורעות תלויים.

ג. כאשר מטילים 3 פעמים את הקובייה, הרי שאין תלות בין ההטלות השונות

ולכן זו התפלגות בינומית, כאשר $p=\frac{1}{3}$ על פי סעיף א (1) למאורע "מספר זוגי הגדול מ- 3"

נחשב בנוסחת ברנולי, כאשר נתון כי $p=\frac{1}{3}$, $n=3$, $k=2$

$$P_3(2)=\binom{3}{2}(\frac{1}{3})^2(1-\frac{1}{3})^{3-2}=\frac{3!}{3!(3-1)!}\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot(\frac{2}{3})^1=3\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{9}$.

ד. אין תלות בין ההטלות השונות ולכן ההסתברות היא כפל הסתברויות.

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$$

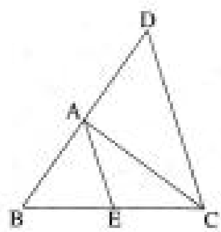
תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{27}$.

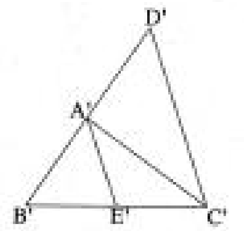
ה. ההסתברות מושפעת רק מההטלה הראשונה והשלישית.

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{9}$

נתונים





1. $BE = CE$ **2.** $B'E' = C'E'$

3 . $BA = B'A'$ **4.** $AC = A'C'$

5. $AE = A'E'$

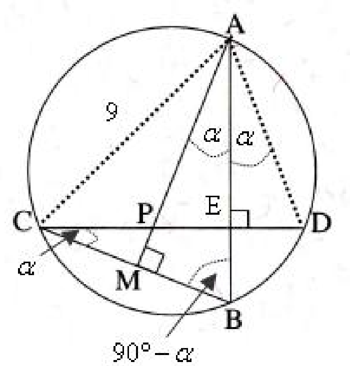
6. $BA = AD$ **7.** $B'A' = A'D'$

צ"ל: א. $AE \parallel DC$

ב. $\Delta ADC \cong \Delta A'D'C'$

ג. $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

הסבר		טענה	נימוק
6	8	$BA = AD$	נתון
1	9	$BE = CE$	נתון
9 ,8	10	AE **קטע אמצעים** ΔBDC	מחבר אמצעי שתי צלעות
10	11	$AE \parallel DC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
מ.ש.ל א			
7	12	$B'A' = A'D'$	נתון
2	13	$B'E' = C'E'$	נתון
13 ,12	14	AE **קטע אמצעים** $\Delta B'D'C'$	מחבר אמצעי שתי צלעות
15	15	$AE \parallel DC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
5	16	$AE = A'E'$	נתון
16	17	$2AE = 2A'E'$	כפל ב- 2
11	18	$2AE = DC$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
14	19	$2A'E' = D'C'$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
16, 17, 19	20	$DC = D'C'$ **(צ)**	כלל המעבר
4	21	$AC = A'C'$ **(צ)**	נתון
3	22	$BA = B'A'$	נתון
8, 12, 22	23	$AD = A'D'$ **(צ)**	כלל המעבר
20, 21, 23	24	$\Delta ADC \cong \Delta A'D'C'$	משפט חפיפה צלע צלע צלע
מ.ש.ל. ב			
24	25	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle D'A'C'$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
25	26	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle B'A'C'$ **(ז)**	זוויות צמודות לזוויות שוות
21, 26, 25	27	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
מ.ש.ל. ג			



<u>נתונים</u>

1. $AB \perp CD$

2. $AM \perp CB$

עבור ב' :3. $AC =$ 9**ס"מ . 4. רדיוס המעגל** 5 **ס"מ.**

צ"ל: א. $\sphericalangle DCB = \sphericalangle MAB$ **ב.** ΔAPD **שווה שוקיים**

ג. זוויות ΔPCM **.**

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$\sphericalangle AMB = 90°$	נתון
	6	$\sphericalangle MAB = \sim$	סימון
6, 5	7	$\sphericalangle ABM = 90° - \sim$	סכום זוויות ΔABM הוא $180°$
1	8	$\sphericalangle AEC = 90°$	נתון
8, 7	9	$\sphericalangle DCB = \sim$	סכום זוויות ΔDEC הוא $180°$
9, 6	10	$\sphericalangle DCB = \sphericalangle MAB$	כלל מעבר
מ.ש.ל. א			
	11	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle DCB$	על קשת שווה $(\overset{\frown}{BD})$ נשענות זוויות היקפיות שוות
11, 6	12	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle MAB$	כלל מעבר
12, 8	13	ΔAPD שווה שוקיים	התיכון (AE)מתלכד עם הגובה ולכן המשולש ש"ש
מ.ש.ל. א (2)			

ג. ולעבודת הטריגו: **נמצא את זוויות** ΔPCM

משפט סינוסים: ΔACB **חסום במעגל שרדיוסו** 5 ס"מ **(נתון)**

9**ס"מ** $AC =$ **(נתון)**

$\underline{\Delta ACB}$

$$\frac{AC}{\sin\sphericalangle ABC} = 2R$$

$$\frac{9}{\sin\sphericalangle ABC} = 2 \cdot 5$$

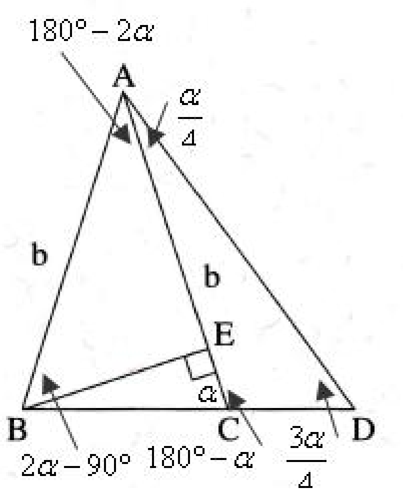
$$0.9 = \sin\sphericalangle ABC$$

$$\sphericalangle ABC = 64.16° \quad \leftarrow 0 < \sphericalangle ABC < 90°$$

$\sphericalangle MCP = 25.84°$ **(סכום זוויות** ΔEBC **הוא** $180°$) $\sphericalangle PMC = 90°$ **(נתון)**

$\sphericalangle CPM = 64.16°$ (**סכום זוויות** ΔPCM **הוא** $180°$**)**

תשובה: , $\sphericalangle MCP = 25.84°$, $\sphericalangle CPM = 64.16°$, $\sphericalangle PMC = 90°$



א. $\sphericalangle CAD = \frac{\alpha}{4}$ **(נתון)**

$\sphericalangle ACB = \alpha$ **(נתון)**

$\sphericalangle D = \frac{3\alpha}{4}$ **(זווית חיצונית ל-** ΔACD

שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה)

$\sphericalangle ACD = 180° - \alpha$ **(זוויות צמודות משלימות ל-** $180°$**)**

על פי משפט הסינוסים:

$\underline{\Delta ACD}$

$$\frac{AD}{\sin\sphericalangle ACD} = \frac{AC}{\sin\sphericalangle D}$$

$$\frac{AD}{\sin\sphericalangle(180° - \alpha)} = \frac{b}{\sin\frac{3\alpha}{4}}$$

$$AD = \frac{b\sin\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{4}} \leftarrow \sin x = \sin(180° - x)$$

$AB = b$ **(נתון)** ΔACD **שווה שוקיים** $AB = AC$ **)**

$\sphericalangle CAB = 180° - 2\alpha$ **(סכום זוויות** ΔABC $180°$**, כאשר זוויות הבסיס היא** α**)**

$\underline{\Delta ABE}$

$$\sin\sphericalangle EAB = \frac{BE}{AB}$$

$$b\sin 2\alpha = BE$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{\frac{b\sin\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{4}}}{b\sin 2\alpha}$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{b\sin\alpha}{2b\sin\alpha\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}} \leftarrow \sin 2x = 2\sin x\cos x$$

$$\boxed{\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}}}$$

תשובה: $\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}}$

ב. נשתמש ביחס שמצאנו בסעיף א', בחישוב יחס השטחים המבוקש.

$$\sphericalangle ABE = \sim - (90° - \sim) = 2\sim - 90°$$

$$\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}} = \frac{\cancel{0.5} \cdot AD \cdot \cancel{AC} \cdot \sin\sphericalangle DAC}{\cancel{0.5} \cdot BE \cdot \cancel{AB} \cdot \sin\sphericalangle ABE}$$

$$\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}} = \frac{1}{2\cos\sim \sin\frac{3\sim}{4}} \cdot \frac{\sin\frac{\sim}{4}}{\sin(2\sim - 90°)}$$

$$\boxed{\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}} = -\frac{\sin\frac{\sim}{4}}{2\cos\sim \sin\frac{3\sim}{4}\cos 2\sim}} \leftarrow \sin(2\sim - 90°) = -\sin((90° - 2\sim) = -\cos 2\sim$$

תשובה: $\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}} = -\frac{\sin\frac{\sim}{4}}{2\cos\sim \sin\frac{3\sim}{4}\cos 2\sim}$

א. נתונות הפונקציות $f(x)=-x^2+2x$ **ו-** $g(x)=\sin(bx)$ **.**

נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה** A $x_A=\frac{\pi}{b}$ **.**

$$0=\sin(bx)$$
$$bx=\pi k$$
$$x=\frac{\pi}{b}k$$

k	$x=\frac{\pi}{b}k$
0	0
1	$\frac{\pi}{b}$ -

תשובה: $x_A=\frac{\pi}{b}$ **(ניתן לקבל ישירות ע"פ המחזוריות** $\frac{2\pi}{b}$ **של הפונקציה** $g(x)=\sin(bx)$ **)**

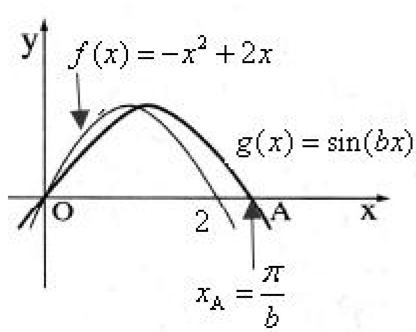
ב. נחשב את שני השטחים ונשווה ביניהם.

$$f(x)=-x^2+2x=-x(x-2)$$

חותכת את ציר ה- x **כאשר** $x=0$ **או** $x=2$.

$$S_f=\int_0^2(-x^2+2x-0)dx$$
$$S_f=-\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}\Big]_0^2$$
$$S_f=(-\frac{2^3}{3}+2^2)-(-\frac{0^3}{3}+0^2)$$
$$\boxed{S_f=1\frac{1}{3}}$$

$$S_g=\int_0^{\frac{\pi}{b}}(\sin(bx)-0)dx$$
$$S_g=\frac{-\cos(bx)}{b}\Big]_0^{\frac{\pi}{b}}$$
$$S_g=(\frac{-\cos(b\cdot\frac{\pi}{b})}{b})-(\frac{-\cos(b\cdot 0)}{b})$$
$$S_g=\frac{1}{b}+\frac{1}{b}$$
$$\boxed{S_g=\frac{2}{b}}$$



ובהתאם

$$\frac{2}{b}=1\frac{1}{3}$$
$$\boxed{b=1.5}$$

תשובה: $b=1.5$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{-x}+2$.

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$\left.\begin{array}{ll} x+2\ge 0 & \rightarrow x\ge -2 \\ -x\ge 0 & \rightarrow x\le 0\end{array}\right\} -2\le x\le 0$$

תשובה: $-2\le x\le 0$

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

נמצא תחילה את נקודות הקצה.

$$f(-2)=\sqrt{-2+2}+\sqrt{-(-2)}+2=2+\sqrt{2} \quad \rightarrow (-2,\,2+\sqrt{2})$$

$$f(0)=\sqrt{0+2}+\sqrt{-(-0)}+2=2+\sqrt{2} \quad \rightarrow (0,\,2+\sqrt{2})$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}-\frac{1}{2\sqrt{-x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\sqrt{-x}}}$$

$$0=\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+2}=\sqrt{-x}$$

$$x+2=-x$$

$$2x=-2$$

$$x=-1 \quad \rightarrow \sqrt{-1+2}\overset{?}{=}\sqrt{-(-1)} \quad \rightarrow 1=1 \quad o.k.$$

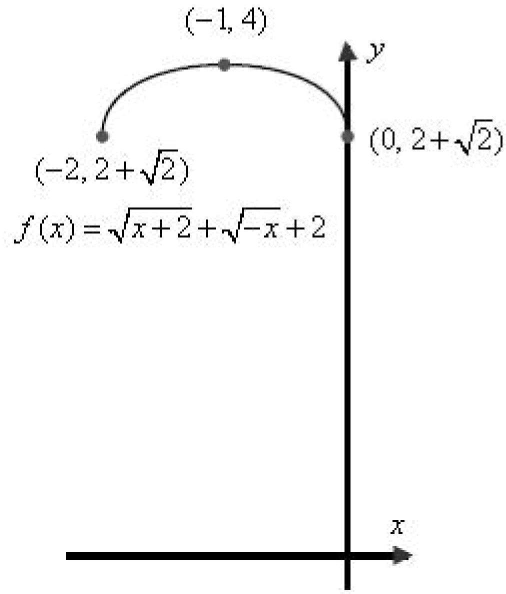
$$f(-1)=\sqrt{-1+2}+\sqrt{-(-1)}+2=4 \quad \rightarrow (-1,\,4)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הפונקציה

x	-2		-1		0
$f(x)$	$2+\sqrt{2}$		4		$2+\sqrt{2}$
$f'(x)$					
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(0,\,2+\sqrt{2})$ **מינימום ,** $(-2,\,2+\sqrt{2})$ **מינימום,** $(-1,\,4)$ **מקסימום** .

ג. סרטוט סקיצה



ד. שיעורי ה- y **של נקודות המינימום שווים, ל-** $2+\sqrt{2}$**, ולכן משוואת הישר** $y=2+\sqrt{2}$

תשובה: $y=2+\sqrt{2}$

ה. למשוואה $f(x)=k$ **יש שני פתרונות, כאשר** $2+\sqrt{2}\le k<4$**,**

כי במקרים אלה הישר $y=k$ **חותך את גרף הפונקציה בדיוק בשתי נקודות.**

תשובה: $2+\sqrt{2}\le k<4$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$ **,** $x\neq 0.5a$ **,**

הביטוי שבמכנה $(x-2)^2$ **מתאפס עבור** $x=2$ **.**

נמצא אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (0) **קטנה חזקת פולינום המכנה** (1)

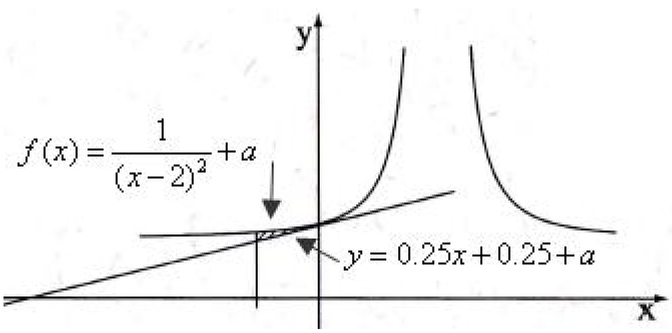
ולכן הביטוי $\frac{1}{(x-2)^2}$ **שואף ל-** 0 **כאשר** $x\to\infty$

ובהתאם $f(x)\to a$ **כאשר** $x\to\infty$ **ו-** $y=a$ **אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית מתקבלת עבור הישר $x=2$ **, שכן** $x=2$ **מאפס מכנה ולא מונה ולכן** $\lim_{x\to 2}\frac{1}{(x-2)^2}=\frac{1}{0^{\pm}}=\pm\infty$ **.**

תשובה: $x\neq 2$ **,** $y=a$ **,** $x=2$ **.**

ב. (1) נמצא את משוואת המשיק, בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **בה מתקיים** $x=0$ **.**



$$f(0)=\frac{1}{(0-2)^2}+a \quad\to\quad \boxed{y_{x=0}=0.25+a}$$

$$f'(x)=\frac{-2(x-2)}{(x-2)^2}$$

$$f'(0)=\frac{-2\cdot(0-2)}{(0-2)^2}=1 \quad\to m=0.25$$

$$y-(0.25+a)=0.25(x-0)$$

$$\boxed{y=0.25x+0.25+a}$$

תשובה: $y_{x=0}=0.25+a$ **,** $y=0.25x+0.25+a$

(2)

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$
פונקציה תחתונה	$y=0.25x+0.25+a$
x גדול	$x=0$
x קטן	$x=-1$

$$S_1=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{(x-2)^2}+a-(0.25x+0.25+a)\right)dx$$

$$S=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{(x-2)^2}-0.25x-0.25\right)dx$$

$$S=-\frac{1}{x-2}-\frac{0.25x^2}{2}-0.25x\ \Big]_{-1}^{0}$$

$$S=\left(-\frac{1}{0-2}-\frac{0.25\cdot 0^2}{2}-0.25\cdot 0\right)-\left(-\frac{1}{-1-2}-\frac{0.25\cdot(-1)^2}{2}-0.25\cdot(-1)\right)$$

$$S=0.5-\frac{11}{24}$$

$$\boxed{S=\frac{1}{24}}$$

תשובה: $\frac{1}{24}$ **יח"ר.**