

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot a^t$, כאשר M_0 - הכמות ההתחלתית
 a הוא גורם הגידול, M_t הכמות לאחר זמן t .

א. מ- 100 גרם חומר רדיואקטיבי I נשארו כעבור 4 שנים 72 גרם שלא התפרקו.
 לכן עבור $t = 4$, ו- $M_0 = 100$ - הכמות ההתחלתית נקבל $M_4 = 72$.

$$72 = 100 \cdot a^4 \quad /: 100$$

$$0.72 = a^4 \quad \rightarrow \sqrt[4]{0.72} = a$$

$$\boxed{a = 0.9212}$$

זמן מחצית החיים הוא הזמן שלוקח לחומר לאבד חצי ממשקלו ההתחלתי - לכן $M_t = 0.5M_0$

$$0.5M_0 = M_0 \cdot 0.9212^t \quad /: M_0$$

$$0.5 = 0.9212^t$$

$$\ln 0.5 = \ln 0.9212^t \quad \rightarrow \ln 0.5 = t \ln 0.9212$$

$$t = \frac{\ln 0.5}{\ln 0.9212}$$

$$\boxed{t = 8.44}$$

תשובה: זמן מחצית החיים של חומר I הוא 8.44 שנים.

ב. זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי II גדול פי 2 מזמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי I.

בהתאם, זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי II הוא 16.68 שנים $= 8.44 \cdot 2$

$$0.5M_0 = M_0 \cdot a^{16.88} \quad /: M_0$$

$$0.5 = a^{16.88} \quad \rightarrow \sqrt[16.88]{0.5} = a$$

$$\boxed{a = 0.9598}$$

$$a = 1 - \frac{P}{100} \quad \rightarrow 0.9598 = 1 - \frac{P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$95.98 = 100 - P \quad \rightarrow \boxed{P = 4.02\%}$$

תשובה: חומר רדיואקטיבי II דועך בקצב של 4.02% לשנה

ג. לכן עבור $t = 4$, ו- $M_t = 80$, $a = 0.9598$

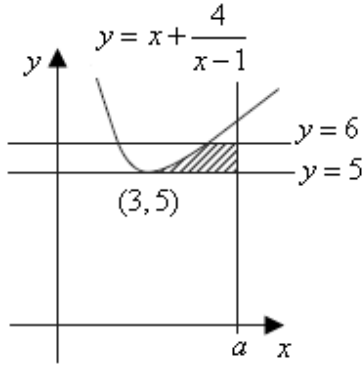
$$80 = M_0 \cdot 0.9598^4 \quad /: 0.9598^4$$

$$\frac{80}{0.9598^4} = M_0$$

$$\boxed{M_0 = 94.27}$$

תשובה: הכמות ההתחלתית הנדרשת היא 94.27 גרם.

א. נתונה הפונקציה $y = x + \frac{4}{x-1}$ בתחום $x > 1$.



משוואת המשיק $y = 5$, בנקודת המינימום על פי השיפוע $m = 0$

משוואת הישר שמעליו, במרחק יחידה, $y = 6$

$$y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$0 = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$(x-1)^2 = 4 \rightarrow x-1 = \pm 2$$

$$x = 3 \leftarrow x > 1$$

ושיעורי נקודת ההשקה (3, 5)

תשובה: (3, 5)

ג. נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך הימנית בין הישר $y = 6$ לגרף הפונקציה $y = x + \frac{4}{x-1}$

$$6 = x + \frac{4}{x-1} \rightarrow 6(x-1) = x(x-1) + 4$$

$$6x - 6 = x^2 - x + 4$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$x > 3 \rightarrow x = 5$$

השטח הימני בציר הוא מלבן, ששטחו $(6-5)(a-5) = a-5$

S_{LEFT}		$S_{\text{LEFT}} = \int_3^5 (x + \frac{4}{x-1} - 5) dx$
$y = x + \frac{4}{x-1}$	פונקציה עליונה	$S_{\text{LEFT}} = \frac{x^2}{2} + 4 \ln x-1 - 5x \Big _3^5$
$y = 5$	פונקציה תחתונה	$S_{\text{LEFT}} = (\frac{5^2}{2} + 4 \ln 5-1 - 5 \cdot 5) - (\frac{3^2}{2} + 4 \ln 3-1 - 5 \cdot 3)$
$x = 5$	גדול x	$S_{\text{LEFT}} = (-12.5 + 4 \ln 4) - (-10.5 + 4 \ln 2)$
$x = 3$	קטן x	$S_{\text{LEFT}} = 4 \ln 2 - 2 \leftarrow \ln 4 = 2 \ln 2$

ובהתאם, על פי הנתון כי השטח המקווקו הוא $4 \ln 2 - 1$

$$4 \ln 2 - 1 = 4 \ln 2 - 2 + a - 5$$

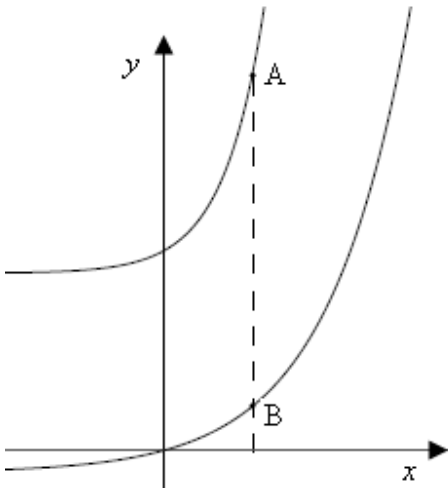
$$\boxed{a = 6}$$

תשובה: $a = 6$

הפונקציה שיש להביא לאינ'א'א היא $q = \frac{y_A}{y_B}$

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $g(x) = e^{4x} + 8$ ולכן נסמנה $A(t, e^{4t} + 8)$.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 1$, עם שיעורי x זהים ולכן נסמנה $B(t, e^{2t} - 1)$



$$q(t) = \frac{e^{4t} + 8}{e^{2t} - 1}$$

$$q'(t) = \frac{4e^{4t}(e^{2t} - 1) - 2e^{2t}(e^{4t} + 8)}{(e^{2t} - 1)^2}$$

$$q'(t) = \frac{2e^{2t}(2e^{2t}(e^{2t} - 1) - (e^{4t} + 8))}{(e^{2t} - 1)^2}$$

$$q'(t) = \frac{2e^{2t}(2e^{4t} - 2e^{2t} - e^{4t} - 8)}{(e^{2t} - 1)^2}$$

$$q'(t) = \frac{2e^{2t}(e^{4t} - 2e^{2t} - 8)}{(e^{2t} - 1)^2}$$

$$0 = e^{4t} - 2e^{2t} - 8$$

$$(e^{2t})_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2} \quad e^{2t} = \cancel{2}, e^{2t} = 4$$

$$e^{2t} = 4$$

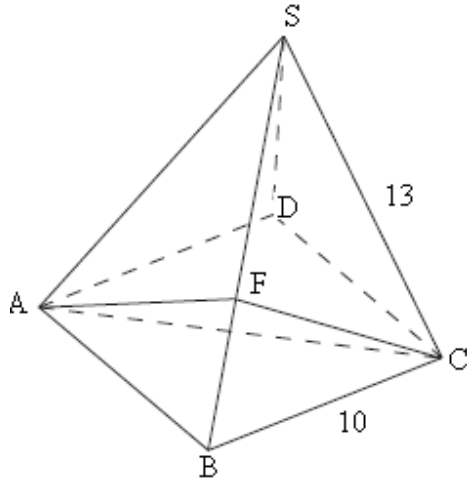
$$2t = \ln 4$$

$$t = \ln 2$$

$$\left. \begin{aligned} q'(\ln 1) &= \frac{+(e^{4 \ln 1} - 2e^{2 \ln 1} - 8)}{+} = + \cdot (-9) < 0 \\ q'(\ln 3) &= \frac{+(e^{4 \ln 3} - 2e^{2 \ln 3} - 8)}{+} = + \cdot 55 > 0 \end{aligned} \right\} x = \ln 2, \min$$

ובהתאם שיעורי הנקודה $A(\ln 2, e^{4 \ln 2} + 8) \rightarrow A(\ln 2, 24)$

תשובה: $A(\ln 2, 24)$, עבורו היחס $\frac{y_A}{y_B}$ הוא מינימלי.



א. נוריד גובה SE לבסיס הפאה SAB.

בפירמידה ישרה המקצועות הצדיים שווים זה לזה והפאה היא מש"ש, ולכן הגובה הוא גם תיכון

$$BE = \frac{10}{2} = 5 \text{ מ"ס}$$

$\triangle SBE$

$$\cos \angle B = \frac{5}{13}$$

$$\angle B = 67.38^\circ$$

$\triangle AFB$

$$\sin 67.38^\circ = \frac{AF}{10}$$

$$10 \sin 67.38^\circ = AF$$

$$AF = 9 \frac{3}{13}$$

תשובה: $AF = 9 \frac{3}{13}$ מ"ס

ב. כיוון שבסיס הפירמידה הוא ריבוע, הרי שפאות הפירמידה

חופפות זו לזו ולכן הגבהים לשוקיים שווים זה לזה ונפגשים

בנקודה F ($\triangle AFB \cong \triangle CFB$ מ.ח.ז. צ.ז).

הזווית בין הפאה SAB לפאה SBC, היא $\angle AFC$ שבין AF -

האנך לישר החיתוך SB מהפאה SAB לבין CF - האנך לישר

החיתוך SB מהפאה SBC ומתקבלת במשולש שווה השוקיים

$\triangle AFC$.

נמצא את אלכסון בסיס הפירמידה באמצעות משפט פיתגורס

ב- $\triangle ABC$ ונקבל $(AC)^2 = 10^2 + 10^2 \rightarrow AC = \sqrt{200}$

נוריד גובה FL לבסיס $\triangle AFC$ שהוא שווה שוקיים

ולכן FL תיכון לבסיס וחוצה זווית הראש,

$$CL = \frac{\sqrt{200}}{2} = 5\sqrt{5} \text{ מ"ס}$$

$\triangle FLC$

$$\sin \angle CFL = \frac{5\sqrt{5}}{9 \frac{3}{13}} \rightarrow \angle CFL = 50^\circ$$

$$\angle CFA = 100^\circ$$

תשובה: הזווית בין הפאות היא בת 100° .

