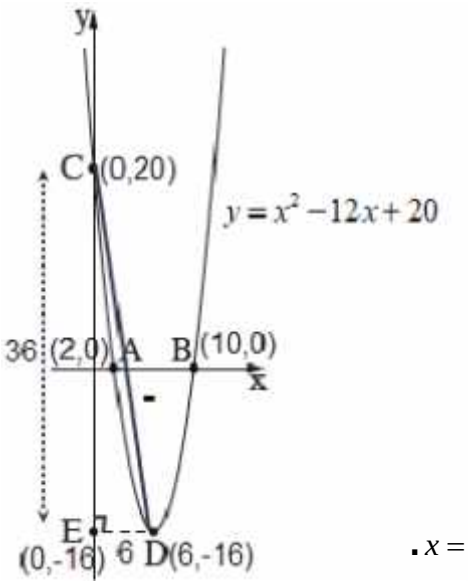
בגרות עט אוגוסט 19 מועד חצב ברק שאלון 35381

א. נתונה הפרבולה $y = x^2 - 12x + 20$ **.**

בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **מתקיים** $y = 0$ **.**



$$0 = x^2 - 12x + 20$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{12+8}{2} = \frac{20}{2} = 10 \quad \rightarrow \boxed{\text{B}(10,\,0)}$$

$$x_2 = \frac{12-8}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \rightarrow \boxed{\text{A}(2,\,0)}$$

תשובה: $\text{A}(2,\,0)$ **,** $\text{B}(10,\,0)$ **.**

ב. בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y **מתקיים** $x = 0$ **.**

$$y = 0^2 - 12 \cdot 0 + 20 = 20 \quad \rightarrow \boxed{\text{C}(0,\,20)}$$

תשובה: $\text{C}(0,\,20)$ **.**

ג. הפרבולה שלילית בין $\text{B}(10,\,0)$ **ל-** $\text{A}(2,\,0)$ **.**

תשובה: $2 < x < 10$ **.**

ד. שיעור ה- x **של הקודקוד נתון על ידי הנוסחה** $x = -\frac{b}{2a}$ **.**

$$x_{\text{D}} = -\frac{(-12)}{2 \cdot 1} = 6$$

$$y = 6^2 - 12 \cdot 6 + 20 = -16 \quad \rightarrow \boxed{\text{D}(6,\,-16)}$$

תשובה: $\text{D}(6,\,-16)$.

ה. נחשב את שטח המשולש CED .

$$\text{DE} = x_{\text{D}} - x_{\text{E}} = 6 - 0 = 6$$

$$\text{CE} = y_{\text{C}} - y_{\text{E}} = 20 - (-16) = 36$$

$$S_{\Delta\text{CED}} = \frac{\text{DE} \cdot \text{CE}}{2} = \frac{6 \cdot 36}{2} = 108$$

תשובה: שטח המשולש CED **הוא** 108 **יח"ר.**

א. התכנון של נדב מתאר סדרה חשבונית,

שבה האיבר הראשון הוא 12 **מילים, וההפרש הוא** $+2$ **מילים,**

כי בכל יום מתכנן נדב ללמוד 2 **מילים <u>יותר</u> ממספר המילים שלמד ביום הקודם.**

בהתאם: $a_1=12$ **ו-** $d=2$ **.**

נחשב באיזה יום ילמד נדב 18 **מילים חדשות, כלומר:** $a_n=18$ **.**

נוסחת האיבר הכללי: $a_n=a_1+(n-1)d$

$$a_n=a_1+(n-1)d$$
$$18=12+(n-1)\cdot 2$$
$$18=12+2n-2$$
$$18=10+2n$$
$$8=2n$$
$$\boxed{n=4}$$

תשובה: נדב ילמד 18 **מילים חדשות ביום <u>הרביעי</u>.**

ב. נדב צריך ללמוד 126 **מילים חדשות לבחינה באנגלית, כלומר:** $S_n=126$ **,** $a_1=12$ **ו-** $d=2$ **.**

לצורך מציאת מספר הימים שיילמד נדב לבחינה,

נשתמש בנוסחת הסכום $S_n=\frac{n\left[2a_1+d(n-1)\right]}{2}$ **של סדרה חשבונית.**

$$126=\frac{n\left[2\cdot 12+2\cdot(n-1)\right]}{2} \quad /\cdot 2$$
$$252=n\left[24+2\cdot(n-1)\right]$$
$$252=n(24+2n-2) \quad \rightarrow 252=n(22+2n)$$
$$252=22n+2n^2$$
$$0=2n^2+22n-252$$
$$n_{1,2}=\frac{-22\pm\sqrt{22^2-4\cdot 2\cdot(-252)}}{4}=\frac{-22\pm 50}{4}$$
$$n_1=\frac{-22+50}{4}=\frac{28}{4}=7$$
$$n_2=\frac{-22-50}{4}=\frac{-72}{4}=\cancel{-18} \quad \leftarrow n>0$$

תשובה: נדב ילמד 7 **ימים לבחינה באנגלית.**

ג. אלון החליט ללמוד בכל יום 14 **מילים חדשות, לבחינה באנגלית, עד שיסיים ללמוד** 126 **מילים חדשות.**

מספר הימים הוא $126:14=9$**.**

כלומר אלון ילמד 9 **ימים לבחינה באנגלית, יומיים יותר מאשר נדב.**

תשובה: <u>לנדב</u> יידרשו פחות ימים לסיים את לימוד המילים.

נוסחת הגדילה והדעיכה היא $M_t = M_0 \cdot q^t$

שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן הוא q. **פרק הזמן הוא** t.

M_0 **- הכמות ההתחלתית ,** M_t **- כמות לאחר** t **תקופות זמן.**

כאשר P **הוא אחוז הדעיכה (האחוז בו קטנה הכמות מדי תקופת זמן), הרי ש:** $q = \frac{100-P}{100}$

א. דורון לקח הלוואה מן הבנק בסך $200,000$ **שקלים.**

בכל שנה הוא <u>הקטין</u> את חובה לבנק ב- 10% **בכל שנה, לכן:** $q = \frac{100-10}{100} = \frac{90}{100} = 0.9$

נחשב את גובה החוב לבנק לאחר שנה, כלומר כעבור 1 **שנים.**

M_t	M_0	q	t
?	$200,000$	0.9	1

$M_1 = 200,000 \cdot 0.9^1$

$\boxed{M_1 = 180,000}$

תשובה: גובה החוב של דורון לבנק, שנה לאחר שלקח את ההלוואה, היה $180,000$ **שקלים.**

ב. נבדוק כעבור כמה שנים, היה החוב של דורון לבנק – $145,800$ **שקלים.**

לאחר שנה אחת: $200,000 \cdot 0.9^1 = 180,000$ **.**

לאחר 2 **שנים:** $200,000 \cdot 0.9^2 = 162,000$ **.**

לאחר 3 **שנים:** $200,000 \cdot 0.9^3 = 145,800$ $o.k.$ **.**

תשובה: כעבור 3 **שנים היה החוב של דורון לבנק** $145,800$ **שקלים.**

ג. נחשב את החוב לבנק לאחר 12 **שנים.**

M_t	M_0	q	t
?	$200,000$	0.9	12

$M_{12} = 200,000 \cdot 0.9^{12}$

$\boxed{M_{12} \approx 56,486}$

דורון קיבל ממקום עבודתו מענק בסך $50,000$ **שקלים, סכום <u>הקטן</u> מזה שהוא חייב לבנק.**

תשובה: סכום המענק, שקיבל דורן ממקום עבודתו, לא יספיק לדורון כדי להחזיר את שארית החוב שלו לבנק.

א. בסיס הפירמידה הוא מלבן שכל זוויותיו ישרות.

נמצא את אורך אלכסון הבסיס באמצעות משפט פיתגורס:

ΔABD

$$DB^2 = AB^2 + AD^2$$

$$DB^2 = 25^2 + 17^2$$

$$DB = \sqrt{914}$$

$$DB = 15.26 \text{ ס"מ}$$

תשובה: אורך DB **, אלכסון הבסיס של הפירמידה,** 30.23 **ס"מ.**

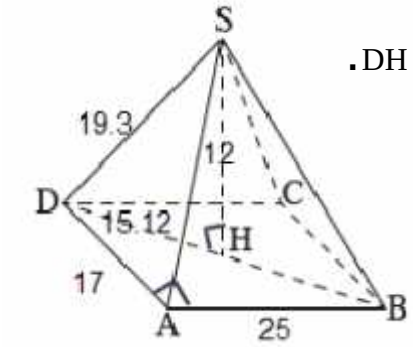
ב. נמצא את אורך המקצוע הצדדי SD**, באמצעות משפט פיתגורס.**

כל המקצועות הצדדיים שווים בפירמידה ישרה.

אלכסוני הבסיס שווים וחוצים זה את זה, לכן $DH = 30.23 : 2 = 15.12$ **ס"מ.**

גובה הפירמידה מאונך לבסיס ויורד למפגש אלכסוני הבסיס,

ולכן זווית $\sphericalangle SHD = 90°$**.**



ΔSHB

$$SD^2 = SH^2 + DH^2$$

$$SD^2 = 12^2 + 15.12^2$$

$$SD = \sqrt{372.6}$$

$$SD = 19.30 \text{ ס"מ}$$

תשובה: אורך המקצוע הצדדי SD **הוא** 19.30 **ס"מ.**

ג. הזווית בין המקצוע הצדדי SD **לבסיס – היא** $\sphericalangle SDH$ **,**

הזווית בין המקצוע הצדדי לבין ההיטל שלו על הבסיס, שהוא חצי האלכסון , כמו DH**.**

ΔSDH

$$\sin \sphericalangle SDH = \frac{SH}{SD}$$

$$\sin \sphericalangle SDH = \frac{12}{19.3}$$

$$\boxed{\sphericalangle SDH = 38.44°}$$

תשובה: גודל הזווית, שבין המקצוע הצדדי SD **ובין בסיס הפירמידה הוא** $38.44°$ **.**

א. נבנה טבלת שכיחויות מתאימה:

סה"כ	35	8	6	4	**גיל -** x
$N=5$	2	1	1	1	**מספר בני המשפחה -** f

נשתמש בנוסחה למציאת הממוצע:

$$\bar{x}=\frac{4\cdot1+6\cdot1+8\cdot1+35\cdot2}{5}=\frac{88}{5}=17.6$$

תשובה: הגיל הממוצע במשפחה הוא 17.6 **שנים.**

ב. השכיח, הוא הנתון שמופיע הכי הרבה פעמים.

תשובה: הגיל השכיח הוא 35 **שנים.**

ג. נוסיף בטבלה שורה של שכיחות מצטברת.

סה"כ	35	8	6	4	**גיל (**x**)**
$N=5$	2	1	1	1	**מספר בני המשפחה (**f**)**
	5	3	2	1	**שכיחות מצטברת**

מספר הנתונים (5) **אי-זוגי, ולכן הנתון האמצעי יהיה החציון.** $\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$ **.**

מכאן שהחציון הוא הנתון השלישי, שנמצא בטור של הגיל 8**.**

תשובה: חציון הגילים במשפחה הוא 8 **שנים.**

ד. נעדכן את טבלת השכיחויות, עם הנתונים על הסבא והסבתא של יובל.

נסמן ב- x **את גילם של הסבא והסבתא של יובל, שהם בני אותו גיל (**x**).**

סה"כ	x	35	8	6	4	**גיל (**x**)**
$N=7$	2	2	1	1	1	**מספר בני המשפחה (**f**)**

הגיל הממוצע במשפחה הוא 30 **שנים.**

$$30=\frac{4\cdot1+6\cdot1+8\cdot1+35\cdot2+2x}{7} \quad /\cdot7$$

$$210=88+2x \quad /-88$$

$$122=2x \quad /:2$$

$$61=x$$

$$\boxed{x=61}$$

תשובה: הגיל של סבא וסבתא של יובל הוא 61 **שנים.**

בגרות עט אוגוסט 19 מועד חצב ברק שאלון 35381

א. נתון $\boxed{s=8}$ **וכי** 84% **מהציונים נמוכים מהציון** 79**.**

בהתאם $100\%-84\%=16\%$ **מהציונים גבוהים מ-** 79**.**

נחשב מימין לשמאל את האחוז המצטבר עד שנקבל $0.5\%+1.5\%+5\%+9\%=16\%$**.**

לכן, הציון 79 **נמצא במרחק של סטיית תקן אחת מעל לממוצע.**

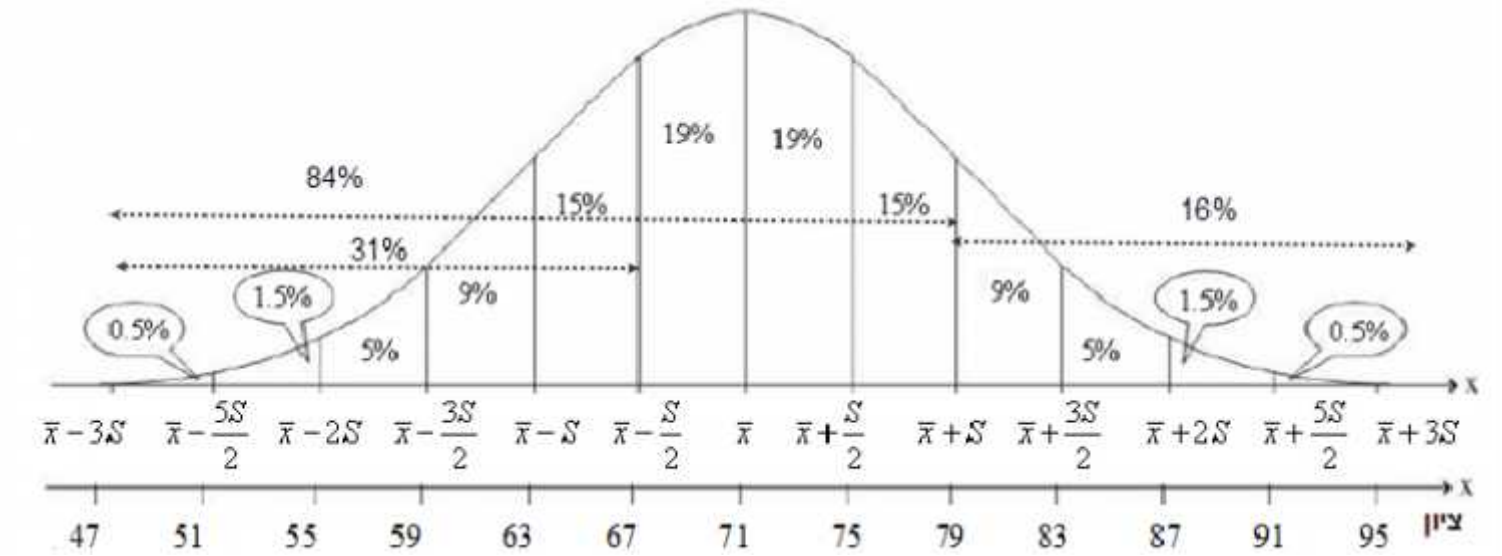
כיוון ש- $s=8$ **הרי ש** $\bar{x}=79-8=71$

תשובה: הציון הממוצע הוא 71**.**

ב. נעלה על גרף ההתפלגות הנורמלית את הציונים המתאימים,

בהתאם למרחק שלהם בסטיות תקן מהממוצע. כאשר ידוע כי $\boxed{s=8}$ $\boxed{\bar{x}=71}$ **.**

כיוון שסטיית התקן היא 8**, הרי שחצי סטיית תקן היא** $\frac{8}{2}=4$**.**



הציון 67 **נמצא במרחק של חצי סטיית תקן מתחת לממוצע.**

מתחת לציון זה נמצאים $0.5\%+1.5\%+5\%+9\%+15\%=31\%$ **מהאוכלוסייה, ולכן ההסתברות היא** $\frac{31}{100}=0.31$**.**

תשובה: ההסתברות שהציון שנבחר נמוך מ- 67 **היא** 0.31 **.**

ג. למבחן ניגשו $23,000$ **תלמידים ולכן אם נכפול את ההסתברות** (0.31) **במספר התלמידים הכולל** $(n=23,000)$

נמצא את מספר התלמידים המבוקש.

$$0.31\cdot 23,000=7,130$$

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, $7,130$ **תלמידים קיבלו ציון נמוך מ-** 67**.**