א. נסמן: x (שקלים) – מחיר כרטיסייה לילד, לפני ההנחה.

$1.6x$ (שקלים) - מחיר כרטיסייה למבוגר, לפני ההנחה.

לאחר הנחה של 20%, מחיר כרטיסייה למבוגר הוא $\frac{100-20}{100}\cdot 1.6x = 0.8\cdot 1.6x = 1.28x$.

לאחר הנחה של 10%, מחיר כרטיסייה לילד הוא $\frac{100-10}{100}\cdot x = 0.9x$.

דנה קנתה <u>בהנחה</u> כרטיסייה אחת למבוגר ו- 4 כרטיסיות לילד.

	מחיר לכרטיסייה (שקלים)	**מספר כרטיסיות**	**סך הכול (שקלים)**
כרטיסייה לילד	$0.9x$	4	$4\cdot 0.9x = 3.6x$
כרטיסייה למבוגר	$1.28x$	1	$1.28x$

דנה שילמה בעבור כל הכרטיסיות שקנתה 854 שקלים סך הכול.

$$3.6x + 1.28x = 854$$
$$4.88x = 854 \quad / : 4.88$$
$$\boxed{x = 175}$$

תשובה: המחיר המקורי של כרטיסייה לילד היה 175 שקלים.

(2) $1.6\cdot 175 = 280$ **.**

תשובה: המחיר המקורי של כרטיסייה למבוגר היה 280 שקלים.

ב. בתחילת עונת הרחצה קנתה שיר כרטיסיות במחיר המקורי (בלי הנחה).

גם היא קנתה כרטיסייה אחת למבוגר ו- 4 כרטיסיות לילד.

(1) שיר שילמה 980 שקלים $= 1\cdot 175 + 4\cdot 280$.

תשובה: שיר שילמה סך הכול 980 שקלים, בעבור כל הכרטיסיות שקנתה.

(2) שיר שילמה 126 שקלים $= 980 - 854$ יותר מדנה.

סכום זה הוא $\frac{9}{61} = \frac{126}{854}$ מן הסכום ששילמה דנה,

ובאחוזים $\frac{9}{61}\cdot 100\% = 14.75\%$.

תשובה: הסכום הכולל ששילמה שיר בעבור הכרטיסיות גבוה ב- 14.75%,

מן הסכום הכולל ששילמה דנה בעבור הכרטיסיות.

א. הנקודה A **מונחת על ציר ה-** y **ולכן** $x_A = 0$.

נציב $x_A = 0$ **במשוואת הישר** AD : $y = -\frac{1}{4}x + 1$ **, ונקבל** $y_A = -\frac{1}{4}\cdot 0 + 1 = 1$ **ולכן** $\boxed{A(0,1)}$.

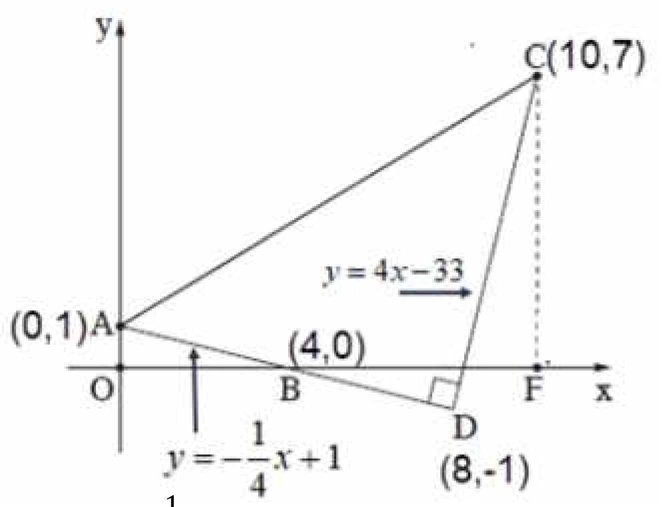
הנקודה B **מונחת על ציר ה-** x **ולכן** $y_B = 0$ **. נציב** $y_B = 0$ **במשוואת הישר** AD : $y = -\frac{1}{4}x + 1$.

$$0 = -\frac{1}{4}x + 1$$

$$\frac{1}{4}x = 1 \quad / : (\frac{1}{4})$$

$$x = 4 \quad \rightarrow \boxed{B(4,0)}$$

תשובה: $A(0,1)$ **,** $B(4,0)$.



ב. הנקודה B **היא אמצע הצלע** AD .

(1) נמצא את שיעורי הנקודה D .

$$4 = \frac{0 + x_D}{2}$$

$$8 = x_D$$

$$0 = \frac{1 + y_D}{2}$$

$$0 = 1 + y_D$$

$$y_D = -1$$

תשובה: $D(8,-1)$.

(2) נמצא את משוואת הישר DC **, המאונך ל-** $y = -\frac{1}{4}x + 1$ **לכן על פי תנאי ניצבות:** $-\frac{1}{4}\cdot m_{DC} = -1$,

ושיפוע הישר DC **(הופכי לנגדי) הוא** 4 .

נמצא את משוואת הישר DC **, העובר בנקודה** $D(8,-1)$ **, ששיפועו** 4 .

$$y - (-1) = 4(x - 8)$$

$$y + 1 = 4x - 32$$

$$\boxed{y = 4x - 33}$$

תשובה: משוואת הישר DC **היא** $y = 4x - 33$.

ג. הנקודה C **מונחת על הישר** $y = 4x - 33$ **, ונתון** $x_C = 10$.

נמצא את היקף OACF .

$$d_{OA} = 1 - 0 = 1$$

$$d_{AC} = \sqrt{(10-0)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{136} \approx 11.66$$

$$d_{CF} = 7 - 0 = 7 \quad d_{FO} = 10 - 0 = 10$$

$$P_{OACF} = 1 + 11.66 + 7 + 10 = 29.66$$

תשובה: היקף OACF **הוא** 29.66 **יח'.**

א. משוואת המשיק למעגל בנקודה B היא $y=\frac{1}{2}x+4$.

(1) נציב $x_{B}=4$ **במשוואת הישר, ונקבל** $y=\frac{1}{2}\cdot 4+4=6$ **.**

תשובה: $y_{B}=6$ **.**

(2) נמצא את שיפוע הישר BM**, המאונך ל-** $y=\frac{1}{2}x+4$ **לכן על פי תנאי ניצבות:** $\frac{1}{2}\cdot m_{BM}=-1$**,**

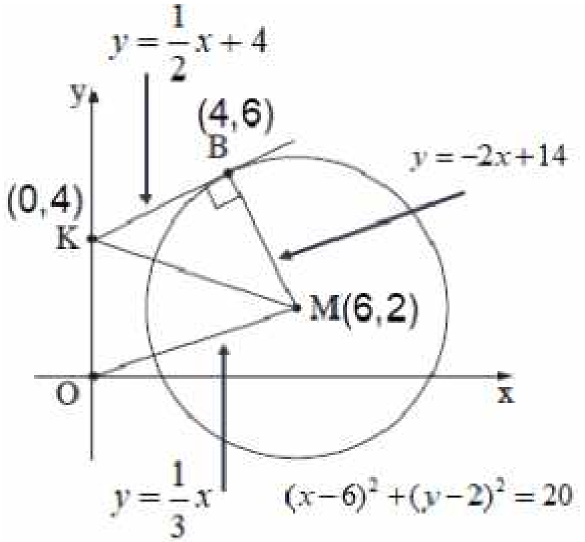
ושיפוע הישר BM **(הופכי לנגדי) הוא** -2**.**

תשובה: שיפוע הישר BM **הוא** -2**.**

(3) נמצא את משוואת הישר BM **, העובר בנקודה** B(4, 6)**, ששיפועו** -2**.**

$$y-6=-2(x-4)$$
$$y-6=-2x+8$$
$$\boxed{y=-2x+14}$$

תשובה: משוואת הישר BM **היא** $y=-2x+14$ **.**



ב. משוואת הישר OM **היא** $y=\frac{1}{3}x$ **.**

(1) נמצא את שיעורי הנקודה M**.**

$$\text{M}\begin{cases} y=\frac{1}{3}x \\ y=-2x+14 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3}x=-2x+14$$

$$2\frac{1}{3}x=14 \quad /:2\frac{1}{3}$$

$$x=6 \quad \rightarrow y=\frac{1}{3}\cdot 6=2 \quad \rightarrow \boxed{\text{M}(6,2)}$$

תשובה: M(6,2)**.**

(2) נמצא את רדיוס המעגל: $R=d_{MB}=\sqrt{(6-4)^2+(2-6)^2}=\sqrt{20}$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-6)^2+(y-2)^2=20$ **.**

ג. (1) משוואת המשיק למעגל בנקודה B היא $y=\frac{1}{2}x+4$.

המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה K, ולכן $x_K=0$.

נציב $x_K=0$ במשוואת המשיק ונקבל $y=\frac{1}{2}\cdot 0+4=4 \rightarrow \boxed{K(0,4)}$.

תשובה: $K(0,4)$.

(2) נחשב את שטח ΔBMK .

כיוון שהרדיוס מאונך למשיק, בנקודת ההשקה $B(4,6)$,

הרי ש: $S_{\Delta BMK}=\frac{MB\cdot BK}{2}$.

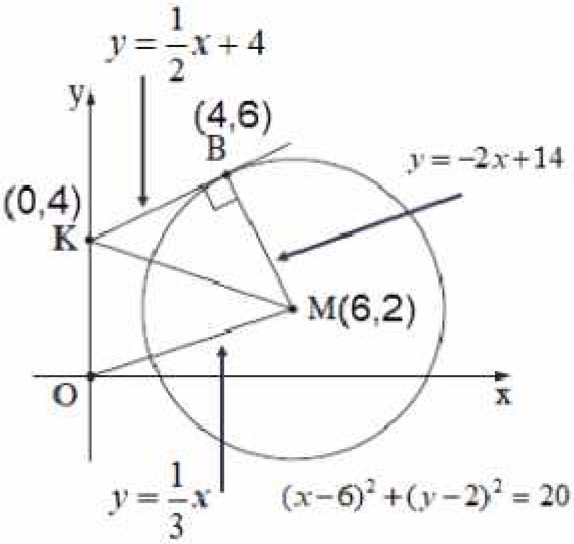
$$d_{MB}=R=\sqrt{20}$$

$$d_{BK}=\sqrt{(4-0)^2+(6-4)^2}=\sqrt{20}$$

$$S_{\Delta BMK}=\frac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{20}}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta BMK}=10}$$

תשובה: שטח משולש BMK הוא 10 יח"ר.



א. נתונה הפונקציה $f(x)=x+\frac{9}{x}+1$.

(1) תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ כי $x=0$ מאפס את המכנה.

תשובה: תחום הגדרה הוא $x\neq 0$.

(2) תשובה: הישר $x=0$ אסימפטוטה אנכית של הפונקציה $f(x)$.

ב. נמצא את נקודות הקיצון ואת סוגן.

$$\boxed{f'(x)=1-\frac{9}{x^2}}$$

$$0=1-\frac{9}{x^2}\quad /\cdot x^2$$

$$0=x^2-9$$

$$9=x^2$$

$$x=3\quad\rightarrow y=3+\frac{9}{3}+1=7\quad\rightarrow\boxed{(3,7)}$$

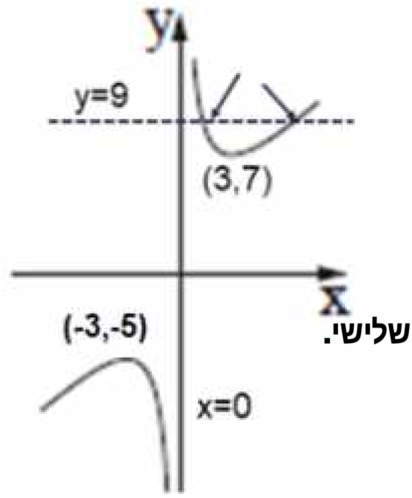
$$x=-3\quad\rightarrow y=-3+\frac{9}{-3}+1=-5\quad\rightarrow\boxed{(-3,-5)}$$

$$\left.\begin{array}{l}f'(2)=1-\frac{9}{2^2}<0\\ f'(4)=1-\frac{9}{4^2}>0\end{array}\right\}\boxed{(3,7)Min}\qquad\left.\begin{array}{l}f'(-4)=1-\frac{9}{(-4)^2}>0\\ f'(-2)=1-\frac{9}{(-2)^2}<0\end{array}\right\}\boxed{(-3,-5)Max}$$

תשובה: תשובה: $(3,7)$ מינימום , $(-3,-5)$ מקסימום.

ג. נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה:

x	4	3	2	0	-2	-3	-4
y'	**+**	0	**-**	🟥	**-**	0	**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘	🟥	↘	**Max**	↗



תשובה: עלייה: $x>3$ או $x<-3$, ירידה: $0<x<3$ או $-3<x<0$.

ד. גרף II מתאר את הפונקציה הנתונה.

נימוקים: מינימום $(3,7)$ ברביע הראשון, מקסימום בנקודה $(-3,-5)$ ברביע השלישי.

$x=0$ אסימפטוטה אנכית, תחומי עלייה וירידה מתאימים.

תשובה: גרף II מתאר את הפונקציה הנתונה.

ה. תשובה: שתי נקודות חיתוך, מסומנות בחץ בסקיצה משמאל של גרף II .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2+6x-5$, שהגרף שלה חותך את ציר ה- x **בנקודות** A **ו-** B**.**

לכן, מתקיים $f(x)=0$, **בנקודות אלו.**

$$-x^2+6x-5=0$$

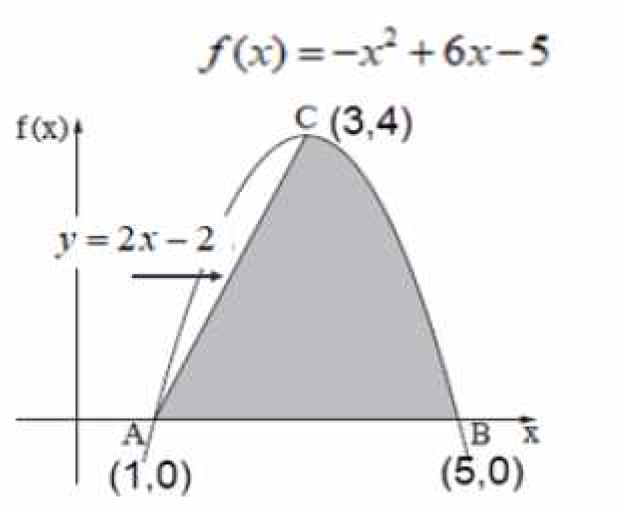
$$x_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-1)\cdot(-5)=16}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1,2}=\frac{-6\pm4}{-2}$$

$$x_1=\frac{-6+4}{-2}=\frac{-2}{-2}=1 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{A}(1,0)}$$

$$x_2=\frac{-6-4}{-2}=\frac{-10}{-2}=5 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(5,0)}$$

תשובה: A(1, 0) **,** B(5, 0) **.**



ב. בנקודת הקיצון מתקיים $f'(x)=0$ **.**

$$\boxed{f'(x)=-2x+6}$$

$$0=-2x+6$$

$$2x=6 \quad /:2$$

$$x=3 \quad \rightarrow y=-3^2+6\cdot3-5 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{C}(3,4)}$$

תשובה: C(3, 4)**.**

ג. דרך שתי נקודות עובר רק קו ישר אחד, לכן נבדוק על ידי הצבה, האם משוואת AC **היא** $y=2x-2$ **.**

A(1, 0) **:** $0\overset{?}{=}2\cdot1-2 \quad \rightarrow 0\overset{?}{=}0 \quad \rightarrow o.k.$

C(3, 4) **:** $4\overset{?}{=}2\cdot3-2 \quad \rightarrow 4\overset{?}{=}4 \quad \rightarrow o.k.$

ולכן, משוואת AC **היא** $y=2x-2$ **.**

דרך חלופית

$$m_{\mathrm{AC}}=\frac{4-0}{3-1}=\frac{4}{2}=2$$

$$y-0=2(x-1)$$

$$\boxed{y=2x-2}$$

תשובה: הראינו שמשוואת AC **היא** $y=2x-2$ **.**

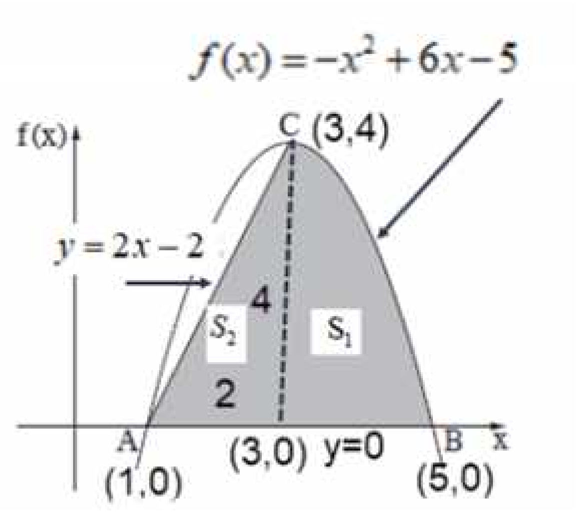
ד. נחשב את השטח האפור, על ידי חלוקה לשני שטחים, כאשר משמאל נחשב שטח של משולש ישר זווית.

$$S_1 = \int_3^5 (-x^2 + 6x - 5 - 0)\ dx$$

$$S = -\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} - 5x\Big]_3^5$$

$$S = (-\frac{5^3}{3} + \frac{6\cdot 5^2}{2} - 5\cdot 5) - (-\frac{3^3}{3} + \frac{6\cdot 3^2}{2} - 5\cdot 3)$$

$$S = \frac{25}{3} - 3 \quad \rightarrow \boxed{S = 5\frac{1}{3}}$$



$$S_2 = \frac{2\cdot 4}{2}$$

$$\boxed{S_2 = 4}$$

וגודל השטח כולו הוא: $5\frac{1}{3} + 4 = 9\frac{1}{3}$

תשובה: גודל השטח האפור הוא $9\frac{1}{3}$ **יח"ר .**

נכתב ע"י עפר ילין

6

א. הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=5-\sqrt{x}$ **ושיעוריה** $A(x,5-\sqrt{x})$.

(1) הצלע AB **מקבילה לציר ה-** y **ובהתאם אורכה** $5-\sqrt{x}-0=5-\sqrt{x}$.

הצלע AC **מקבילה לציר ה-** x **ובהתאם אורכה** $x-0=x$.

היקף המלבן הוא $2x+2(5-\sqrt{x})=2x+10-2\sqrt{x}$

תשובה: היקף המלבן ABOC **הוא** $2x+10-2\sqrt{x}$.

(2) הפונקציה שיש להביא ***למינימום*** **היא** ***היקף המלבן*** ABOC.

$$P(x)=2x+10-2\sqrt{x}$$

$$P'(x)=2-\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{x}}$$

$$\boxed{P'(x)=2-\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$0=2-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}=2 \qquad (\ )^2$$

$$\frac{1}{x}=4$$

$$\boxed{x=0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון: $P'(0.2)=2-\frac{1}{\sqrt{0.2}}=-0.24<0,\ \ P'(0.3)=2-\frac{1}{\sqrt{0.3}}=0.17>0$

x	0.3	0.25	0.2
$P'(x)$	**+**	0	**-**
מסקנה	↗	**Min**	↘

תשובה: עבור $x=0.25$ **היקף המלבן** ABOC **הוא מינימלי.**

ב. נציב $x=0.25$ **בפונקציית ההיקף:** $P(0.25)=2\cdot0.25+10-2\sqrt{0.25}=9.5$

תשובה: היקף המינימלי של המלבן ABOC **הוא** 9.5 **יחידות.**