<u>**סיכום - פונקציית חזקה עם מעריך רציונאלי ופונקציה עם שורשים – שאלון 807**</u>

1. פונקציית חזקה עם מעריך רציונאלי היא:

$y = x^r$ כאשר $r = \frac{m}{n}$, r מספר רציונאלי, m ו- n מספרים שלמים .

2. תחום ההגדרה של פונקציית חזקה עם מעריך רציונאלי:-

כאשר לפונקציית החזקה יש מעריך רציונאלי <u>חיובי</u> אז תחום ההגדרה יהיה $x \geq 0$.

כאשר לפונקציית החזקה יש מעריך רציונאלי <u>שלילי</u> אז תחום ההגדרה יהיה $x > 0$:

לדוגמא בפונקציה $y = x^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{5}}}$ ברור שבמקרה זה ל- x <u>אסור</u> להיות אפס.

3. תחום ההגדרה של פונקציה עם שורשים: -

אם השורש הוא מסדר <u>אי-זוגי</u> (למשל $y = \sqrt[3]{x}$) הפונקציה מוגדרת לכל x .

לעומת זאת, אם השורש הוא מסדר <u>זוגי</u> (למשל $y = \sqrt[4]{x}$) הפונקציה מוגדרת רק עבור $x \geq 0$.

שימו לב! מסעיפים 2 ו- 3 יוצא כי הפונקציה $y = x^{\frac{1}{5}}$ מוגדרת עבור $x \geq 0$ בעוד שהפונקציה $y = \sqrt[5]{x}$ מוגדרת עבור כל x ולכן הפונקציות אינן זהות!

4. לא כל תחום הגדרה הופך בצורה אוטומטית לאסימפטוטה אנכית. ייתכן שיש שם "חור".

שימו לב! שמו המתמטי של "חור" הוא "נקודת אי רציפות סליקה".

5. חובה לבדוק ליד כל "קיר מבטון מזויין" איך הפונקציה מתקרבת לקיר (הטבלה לא מספיקה לכך).

יש מקרים שיש לבדוק רק מצד אחד של הקיר.

ככל שמתקרבים לקיר והערך המוחלט של ה- y גדל – זוהי אסימפטוטה אנכית.

במידה ומתקרבים לקיר והערך המוחלט של ה- y מתכנס (קטן) – זהו חור.

ייתכן שבצד אחד של "הקיר" יש אסימפטוטה ובצד השני שלו יש חור.

ולכן אין לוותר על הבדיקה ליד כל "קיר מבטון מזויין":

$$\lim_{x \to x_1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \to x_1^+} f(x) =$$

6. למציאת אסימפטוטה אופקית יש להפריד את הגבולות עבור x שואף לאינסוף ועבור x שואף למינוס אינסוף, כלומר:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

כפי שנעשה בפונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות ופונקציות עם שורשים.

7. במציאת אסימפטוטה אנכית ניתן להשתמש בכללים שלמדתם בשאלון 806 -
איפוס המכנה והצבה במונה: במידה ולא איפס את המונה – זו אסימפטוטה אנכית.
במידה ואיפס גם את המונה יש לצמצם, ואם אחרי הצמצום לא מאפס את המכנה זה חור ("למטה למעלה למטה") .

8. כל אסימפטוטה אופקית יש לשרטט רק ברביע המתאים לה ולא לגלוש לרביעים אחרים (לא להמשיך את הקו לרביעים אחרים) – זה יכול לבלבל בשרטוט הגרף.

9. כאשר משרטטים נא לרשום: "שרטוט סכמתי ללא קנה מידה" ולכן השרטוט הסכמתי צריך להיות "גדול מעוגל ויפה".

10. דוגמא למציאת אסימפטוטה אופקית לפונקציה: $y = 2 + \frac{3x}{\sqrt[4]{x^4 - 16}}$:

<u>דרך א':</u>

$$\lim_{x \to \infty}\left(2 + \frac{3x}{\sqrt[4]{x^4 - 16}}\right) = \lim_{x \to \infty}\left(2 + \frac{3x}{|x|}\right) = 2 + 3 = 5 \quad , \quad y = 5$$

$$\lim_{x \to -\infty}\left(2 + \frac{3x}{\sqrt[4]{x^4 - 16}}\right) = \lim_{x \to -\infty}\left(2 + \frac{3x}{|x|}\right) = 2 - 3 = -1 \quad , \quad y = -1$$

<u>דרך ב'</u> **- בעזרת הצבת מספרים:**

נציב $x = 10$ בפונקציה ונקבל $y = 5.0012012$

נציב $x = 100$ בפונקציה ונקבל $y = 5.00000012$

כלומר האסימפטוטה תהיה $y = 5$ עבור $x \to \infty$.

נציב $x = -10$ בפונקציה ונקבל $y = -1.0012012$

נציב $x = -100$ בפונקציה ונקבל $y = -1.00000012$

כלומר האסימפטוטה תהיה $y = -1$ עבור $x \to -\infty$

בדוגמא הנ"ל יש לשרטט את האסימפטוטה $y = 5$ ברביע הראשון בלבד ואת האסימפטוטה האופקית $y = -1$ ברביע השלישי בלבד.

לא מומלץ להמשיך את הקווים לרביעים אחרים - זה מבלבל.

האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה הנ"ל תהיינה $x = 2$, $x = -2$.

11. כאשר רוצים להציב מספרים בפונקצית חזקה עם מעריך רציונאלי שלילי מומלץ "לתרגם" אותה לפונקציה עם מעריך רציונאלי חיובי ורק לאחר מכן להציב את המספרים:

$$y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

12. זכרו! כאשר מקבלים במחשבון תשובה כמו: 8.2345123^{-07} יש להזיז בעצם את הנקודה 7 מקומות שמאלה, ולכן המספר הנ"ל בעצם שואף לאפס.

13. כאשר הנגזרת לא מוגדרת בנקודה - שיפוע המשיק לא מוגדר בנקודה זו, פירוש הדבר שהמשיק בנקודה זו מאונך לציר ה- x.

לכן, אם רוצים לדייק יותר בשרטוט הסכמתי, ניתן להתחשב גם בעובדה זאת ולשרטט את הפונקציה כך שבנקודה זו המשיק לגרף הפונקציה מאונך לציר ה- x .

בנוסף זה יכול לעזור בזיהוי/בחירה של הפונקציה הנכונה כאשר מציגים בשאלה מספר שרטוטים סכמתיים ויש לבחור אחת שמתאימה.

14. יש לנצל את ההגדרות של פונקציה זוגית $f(-x)=f(x)$ או פונקציה אי-זוגית $f(-x)=-f(x)$ על-מנת להעריך אם שרטטתם נכון.

מבחינה גרפית - פונקציה זוגית סימטרית ביחס לציר ה- y ופונקציה אי-זוגית סימטרית לשני הצירים.

15. כאשר נתונה פונקציה עם שורש מסדר אי זוגי, ותחום ההגדרה שלה הוא "כל x", ייתכן שפונקצית הנגזרת הראשונה והשנייה לא מוגדרות בנקודה מסוימת, ובכל זאת בנקודה זו יש פיתול לפונקציה.

לדוגמא: הפונקציה מוגדרת לכל x. $y=(x-5)\cdot\sqrt[3]{(x+3)}$.

פונקצית הנגזרת הראשונה לא מוגדרת ב- $x=-3$. $y'=\dfrac{4x+4}{3\cdot\sqrt[3]{(x+3)^2}}$.

פונקצית הנגזרת השנייה לא מוגדרת ב- $x=-3$. $y''=\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{(x+7)}{\sqrt[3]{(x+3)^5}}$.

שיעור ה-x של נקודות הפיתול יהיו: בנקודה $x=-7$, וכן בנקודה $x=-3$, כאשר בנקודה זו המשיק יקביל לציר y.

16. נא לשים לב כי כאשר $x^2>0$ הפתרון הוא $x\neq 0$, ואילו כאשר $x^2\geq 0$ הפתרון הוא כל x .

17. בשאלות חקירה עם פרמטר נצמד ניתן לשלב בין מבחן הנגזרת הראשונה (טבלה) עם מבחן הנגזרת השנייה.

ולסיום:-

זכרו כי המסמך בא לתת לכם רק הנחיות כלליות ותזכורת לחומר הלימוד ואינו פותר אתכם מחזרה ותרגול של כל החומר!

בהצלחה בבחינה!!!