א. נסמן ב- P את אחוז הרווח של היבואן, ובהתאם גם את אחוז הרווח של החנות.

מחיר הקנייה של היבואן $1,200$ שקלים.

מחיר המכירה שלו (ומחיר הקנייה של החנות) הוא $1,200\cdot\frac{100+P}{100}$ שקלים.

מחיר המכירה של החנות הוא $(1,200\cdot\frac{100+P}{100})\cdot\frac{100+P}{100}$ והוא גם $1,728$ שקלים.

נסמן $q=\frac{100+P}{100}$ והמשוואה המתאימה היא $(1,200\cdot q)\cdot q=1728$.

$$1200\cdot q^2=1728 \quad /:1200$$

$$q^2=1.44$$

$$q=1.2 \quad \leftarrow q>0$$

$$\frac{100+P}{100}=1.2$$

$$100+P=120$$

$$\boxed{P=20}$$

תשובה: אחוז הרווח של היבואן הוא 20% .

ה. המחשב בחנות התייקר פי 1.44 , בהשוואה למחיר הקנייה של היבואן,

שזה מחיר הגדול ב- 44% ממחיר המכירה בחנות.

יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב- 42% ממחיר הקנייה של היבואן,

ולכן שילם פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות.

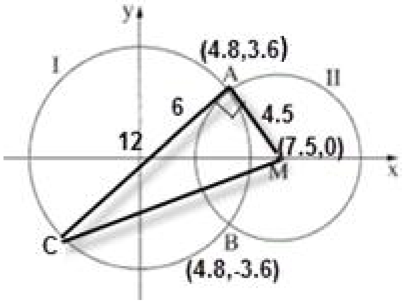
אפשר גם : $1,200\cdot\frac{100+42}{100}=1,200\cdot1.42=1704<1728$

תשובה: יוסי שילם פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות.

א. נתונים שני מעגלים:

$x^2+y^2=36$ .I , **שמרכזו** $(0,0)$ **ורדיוסו** 6 **.**

$(x-7.5)^2+y^2=20.25$ .II , **שמרכזו** $(7.5,0)$ **ורדיוסו** 4.5 **.**



נמצא את שיעורי נקודות החיתוך בין שני המעגלים.

$$20.25-(x-7.5)^2=36-x^2$$
$$20.25-(x^2-15x+56.25)=36-x^2$$
$$20.25-x^2+15x-56.25=36-x^2$$
$$15x=72$$
$$x=4.8 \quad \to y^2=36-4.8^2 \quad \to y=\pm 3.6$$
$$\mathrm{A}(4.8,3.6)\ ,\ \mathrm{B}(4.8,-3.6)$$

תשובה: $\mathrm{A}(4.8,3.6)\ ,\ \mathrm{B}(4.8,-3.6)$ **.**

ב. שיפוע הרדיוס AM **הוא** $m_{\mathrm{AM}}=\frac{3.6-0}{4.8-7.5}=\frac{3.6}{-2.7}=-\frac{4}{3}$ **, ולכן שיפוע המשיק (ההופכי והנגדי) הוא** $\frac{3}{4}$ **.**

משוואת המשיק בנקודה A **:** $y-3.6=\frac{3}{4}(x-4.8) \quad \to \boxed{y=\frac{3}{4}x}$.

תשובה: משוואת המשיק בנקודה A **היא** $y=\frac{3}{4}x$ **.**

ג. הישר $y=\frac{3}{4}x$ **עובר בראשית הצירים, כלומר במרכז המעגל** $x^2+y^2=36$ .I **.**

מכאן ש- AC **הוא קוטר במעגל זה ואורכו** 12**.**

$$S_{\Delta\mathrm{ACM}}=\frac{\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AM}}{2}=\frac{12\cdot 4.5}{2}=27$$

תשובה: $S_{\Delta\mathrm{ACM}}=27$ **.**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - למדו מחשבים בתיכון **$\overline{A}$ - לא למדו מחשבים בתיכון**

B - עברו את המבחן **$\overline{B}$ - נכשלו במבחן**

<u>נתונים ומשמעויות מיידיות</u>

$$P(A)=3P(\overline{A}) \quad \to P(\overline{A})+3P(\overline{A})=1 \quad \to P(\overline{A})=0.25 \quad \to P(A)=0.75$$

$$P(B)=4P(\overline{B}) \quad \to P(\overline{B})+4P(\overline{B})=1 \quad \to P(\overline{B})=0.2 \quad \to P(B)=0.8$$

$$P(A\cap B)=0.65$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A למדו מחשבים בתיכון	**$\overline{A}$ לא למדו מחשבים בתיכון**	
B עברו את המבחן	0.65	0.15	0.8
$\overline{B}$ נכשלו במבחן	0.1	0.1	0.2
	0.75	0.25	1

$$P(B\cap\overline{A})=0.15$$

תשובה: ההסתברות לבחור, באקראי מבין בוגרי התיכון,

נבחן שלא היה למד מחשבים בתיכון ועבר את המבחן היא 0.15 .

ב. $P(\overline{A}/B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0.15}{0.8}=\dfrac{3}{16}$

תשובה: ההסתברות לבחור נבחן שלא למד מחשבים בתיכון, מבין העוברים את המבחן, היא $\dfrac{3}{16}$.

ג. נחשב את ההסתברות למאורע המשלים , ששני הנבחנים עברו את המבחן, והיא $0.8^2=0.64$.

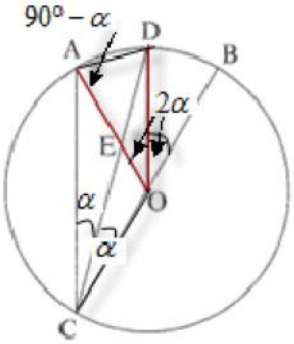
תשובה: ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן היא $1-0.64=0.36$.

נתונים

1. BC **קוטר במעגל שמרכזו** O **2.** $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$ **3.** $\sphericalangle ACD=\sim$

צ"ל: א. (1) $\sphericalangle ACO=\sphericalangle AOD$ **(2)** $AC \parallel DO$.

ב. (1) $\sphericalangle DAO$ **באמצעות** $\sim$ **(2)** $\sim$ **עבורה** $ACOD$ **מקבילית.**



הסבר		טענה	נימוק
1	4	BC **קוטר במעגל שמרכזו** O	נתון
2	5	$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$	נתון
3	6	$\sphericalangle ACD=\sim$	נתון
6 ,5	7	$\sphericalangle DCB=\sphericalangle ACD=\sim$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
7	8	$\sphericalangle ACO=2\sim$	סכום זוויות
7 ,4	9	$\sphericalangle AOD=2\sim$	זווית מרכזית כפולה מזווית היקפית שעל אותה קשת
9 ,8	10	$\sphericalangle ACO=\sphericalangle AOD$	כלל המעבר
מ.ש.ל. א (1)			
9 ,5	11	$\sphericalangle DOB=2\sim$	על קשתות שוות זוויות מרכזיות שוות
11 ,8	12	$\sphericalangle ACO=\sphericalangle DOB$	כלל המעבר
12	13	$AC \parallel DO$	אם זוויות מתאימות שוות אז הישרים מקבילים
מ.ש.ל. א (2)			
4	14	$AO=DO$	רדיוסים שווים במעגל
14 ,9	15	$\sphericalangle DAO=90^\circ-\sim$	זוויות סיס שוות במשולש שווה שוקיים, ΔAOD , וסכום זוויות במשולש זה 180°
מ.ש.ל. ב (1)			
11 ,9	16	$\sphericalangle DOB=4\sim$	סכום זוויות
16 ,15	17	$90^\circ-\sim+4\sim=180^\circ$	אם זוויות חד צדדיות משלימות ל- 180°, אז $AD \parallel CO$ והמרובע $ACOD$ הוא מקבילית, כי שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
17	18	$\sim=30^\circ$	חישוב
מ.ש.ל. ב (2)			

א. $AB = AC = 6$ **(נתון).**

$ACFG$ **ריבוע (נתון) שצלעו** 6 **ס"מ.**

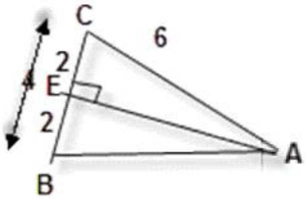
$BCDE$ **ריבוע (נתון) שצלעו** 4 **ס"מ.**

משפט פיתגורס ΔACG : $CG = \sqrt{6^2+6^2} = \sqrt{72} = 8.485$ **ס"מ** .

משפט פיתגורס ΔEBC : $EC = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 5.657$ **ס"מ** .

תשובה: אורך אלכסון $ACFG$ 8.485 **ס"מ, אורך אלכסון** $BCDE$ 5.657 **ס"מ.**

ב. נעביר גובה AE **לבסיס** BC **, ב-** ΔABC **שווה השוקיים, ולכן הוא גם תיכון (וחוצה זווית הראש).**



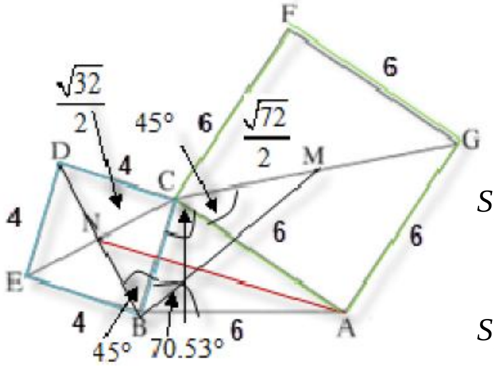
$\underline{\Delta AEC}$

$$\cos\sphericalangle ACE = \frac{CE}{AC}$$

$$\cos\sphericalangle ACE = \frac{2}{6}$$

$$\boxed{\sphericalangle ACE = 70.53^\circ}$$

תשובה: גודל זווית הבסיס ב- ΔABC **הוא** 70.53° .



ג. אלכסוני הריבוע חוצי זוויות, לכן $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CBN = 45^\circ$

מכאן ש: $\sphericalangle BCM = \sphericalangle ABN = 70.53^\circ + 45^\circ = 115.53^\circ$

$$S_{\Delta BCM} = \frac{BC \cdot CM \cdot \sin\sphericalangle BCM}{2} \qquad S_{\Delta ABN} = \frac{AB \cdot BN \cdot \sin\sphericalangle ABN}{2}$$

$$S_{\Delta BCM} = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{72}}{2} \cdot \sin 115.53^\circ}{2} \qquad S_{\Delta ABN} = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{32}}{2} \cdot \sin 115.53^\circ}{2}$$

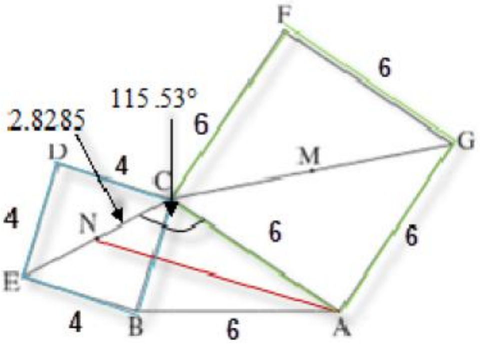
$$\boxed{S_{\Delta BCM} = 7.657cm^2} \qquad \boxed{S_{\Delta ABN} = 7.657cm^2}$$

ומכאן ששטחי המשולשים שווים.

תשובה: הוכַח.

ד. נמצא את אורך הקטע AN .

$NC = 0.5 \cdot 5.657 = 2.8285$ **ס"מ**



$\underline{\Delta ANC}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$$(AN)^2 = (AC)^2 + (NC)^2 - 2 \cdot AN \cdot NC \cdot \cos\sphericalangle NCA$$

$$(AN)^2 = 6^2 + 2.8285^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2.8285 \cdot \cos 115.53^\circ$$

$$(AN)^2 = 58.629$$

$$\boxed{AN = 7.657\ cm}$$

תשובה: $AN = 7.657$ **ס"מ** .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{m-4x}{(x-1)^2}$ (m פרמטר).

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq 1$.

ב. $f'(3)=0$, כי כאשר $x=3$ יש לפונקציה נקודת קיצון.

$$f'(x)=\frac{-4(x-1)^2-(m-4x)\cdot 2\cdot (x-1)}{(x-1)^4}$$

$$0=-4(3-1)^2-(m-4\cdot 3)\cdot 2\cdot (3-1)$$

$$0=-16-4\cdot (m-12)$$

$$16=-4(m-12)$$

$$-4=m-12$$

$$\boxed{m=8}$$

תשובה: $m=8$.

ג. נציב $m=8$ והפונקציה היא $f(x)=\frac{8-4x}{(x-1)^2}$.

(1) אסימפטוטות אנכיות: הישר $x=1$ (מספר זה מאפס מכנה ולא מונה).

אסימפטוטה אופקית: $y=0$ (חזקת מונה (1) קטנה מחזקת מכנה (2)).

תשובה: $x=1$, $y=0$.

(2) ציר y : $x=0$ - $f(0)=\frac{8-4\cdot 0}{(0-1)^2}=8 \rightarrow \boxed{(0,8)}$

ציר x : $y=0$ - $0=8-4x \rightarrow x=2 \rightarrow \boxed{(2,0)}$

תשובה: $(0,8)$, $(2,0)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.

$$f'(x)=\frac{-4(x-1)^2-(8-4x)\cdot 2\cdot (x-1)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2(x-1)\left[-2(x-1)-(8-4x)\right]}{(x-1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2(x-1)(-2x+2-8+4x)}{(x-1)^4}$$

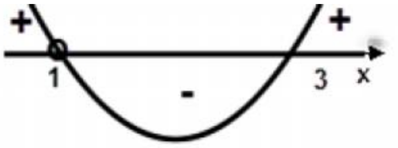
$$f'(x)=\frac{2(x-1)(2x-6)}{(x-1)^4}$$

$$0=2x-6 \rightarrow x=3 \rightarrow \boxed{(3,-1)}$$

$x=1$ אינו בתחום ההגדרה.

הביטוי במונה הוא של פרבולה ישרה, וסימניה קובעים את סימן הנגזרת.

נצייר את גרף סימני הנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי).



נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

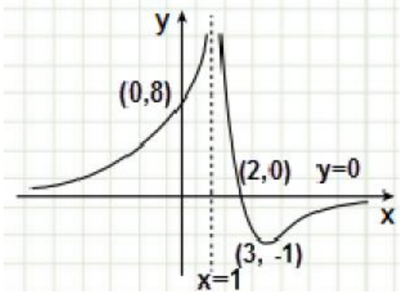
x		3		1	
$f'(x)$	+	0	-	🟧	+
מסקנה	↗	Min	↘	🟧	↗

תשובה: $(3,-1)$ מינימום.

(4) נרשום תחומי עלייה וירידה, על פי הטבלה.

תשובה: עלייה: $x>3$ או $x<1$, ירידה: $1<x<3$

ד. הסקיצה המתאימה.



ה. $f(x)>0$ עבור $1<x<2$ או $x<1$.

$f'(x)>0$, על פי הטבלה, או בעלייה של $f(x)$, עבור $x>3$ או $x<1$.

התחום המשותף הוא עבור $x<1$.

תשובה: $x<1$.

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=3x^2-12x+9$.

(1) נמצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ונקבע את סוגן.

$$0=3x^2-12x+9$$
$$x_1=1,\quad x_2=3$$

ביטוי הנגזרת הוא של פרבולה ישרה, וסימניה קובעים את סימן הנגזרת.

נצייר את גרף סימני הנגזרת.

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

x		3		1	
$f'(x)$	+	0	-		+
מסקנה	↗	**Min**	↘	**Max**	↗

תשובה: $x=3$ מינימום, $x=1$ מקסימום.

(2) הישר $y=4$ משיק ל- $f(x)$ בנקודת המקסימום, כלומר $(1,4)$ נקודה על הפונקציה.

$$f(x)=\int(3x^2-12x+9)\,dx$$

$$f(x)=\frac{3x^3}{3}-\frac{12x^2}{2}+9x+c$$
$$4=1^3-6\cdot1^2+9\cdot1+c$$
$$c=0$$
$$\boxed{f(x)=x^3-6x^2+9x}$$

תשובה: $f(x)=x^3-6x^2+9x$.

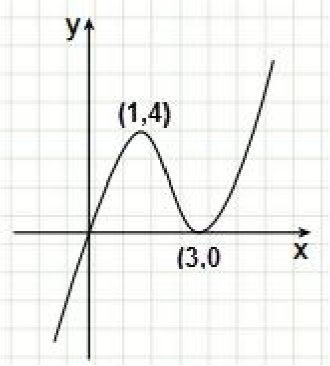
ב. (1) ציר y : $x=0$ - $f(0)=0^3-6\cdot0^2+9\cdot0 \quad \rightarrow \boxed{(0,0)}$

ציר x : $y=0$ -

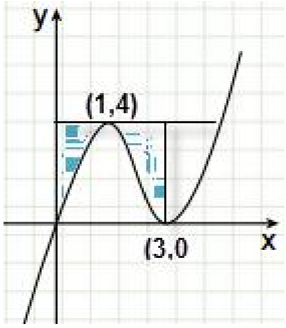
$$0=x^3-6x^2+9x$$
$$0=x(x^2-6x+9)$$
$$0=x(x-3)^2$$
$$\boxed{(0,0)},\quad \boxed{(3,0)}$$

תשובה: $(0,0)$, $(3,0)$.

(2) הסקיצה המתאימה.



ג. נסמן את השטח המבוקש



אין צורך לחשב שני שטחים ולחבר, כי הישר $y=4$ **מעל ל-** $f(x)$ **, או נוגע בה, בכל התחום** $0\le x\le 3$

$$S=\int_0^3 (4-(x^3-6x^2+9x))\,dx$$

$$S=\int_0^3 (4-x^3+6x^2-9x)\,dx$$

$$S=4x-\frac{x^4}{4}+\frac{6x^3}{3}-\frac{9x^2}{2}\Big]_0^3$$

$$S=(4\cdot 3-\frac{3^4}{4}+2\cdot 3^3-\frac{9\cdot 3^2}{2})-(4\cdot 0-\frac{0^4}{4}+2\cdot 0^3-\frac{9\cdot 0^2}{2})$$

$$S=(5.25)-(0)$$

$$\boxed{S=5.25}$$

תשובה: השטח הוא 5.25 **יח"ר.**

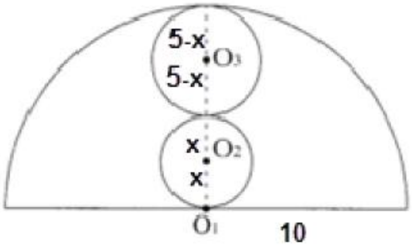
נכתב ע"י עפר ילין

8

א. נסמן x - רדיוס המעגל O_2 ובהתאם אורך הקוטר של מעגל זה $2x$.

כיוון שרדיוס המעגל הגדול הוא 10, הרי שאורכו של הקוטר במעגל O_3 הוא $10-2x$.

מכאן שרדיוסו של מעגל O_3 הוא $5-x$.



הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום שטחי שני המעגלים* O_2 ו- O_3 .

$$S=®x^2+®(5-x)^2$$
$$S=®(x^2+(5-x)^2)$$
$$S=®(x^2+25-10x+x^2)$$
$$\boxed{S=®(2x^2+25-10x)}$$
$$\boxed{S'=®(4x-10)}$$
$$0=4x-10$$
$$x=2.5$$
$$S''=4®>0 \quad \rightarrow x=2.5,\ Min$$
$$r_{O_2}=2.5 \quad \rightarrow r_{O_3}=5-2.5=2.5$$

תשובה: רדיוסי שני המעגלים הם 2.5 ס"מ, עבורם סכום שטחי שני המעגלים O_2 ו- O_3 מינימלי.

ב. עבור $x=2.5$ היקף כל אחד מהמעגלים הוא $5®$ ס"מ $P=2®\cdot 2.5=$,

וסכום היקפי שני המעגלים $10®$ ס"מ.

תשובה: סכום היקפי שני המעגלים $10®$ ס"מ, כאשר סכום שטחיהם מינימלי..