א. בסדרה a_n יש n איברים.

נתון: $a_1=-74$, $d=6$.

האיבר האחרון בסדרה קטן ב- 190 **מסכום כל האיברים שלפניו, כלומר מ-** S_{n-1}.

המשוואה המתאימה היא: $a_n+190=S_{n-1}$.

נפתח את המשוואה ונמצא את מספר איברי הסדרה.

$$a_n+190=S_{n-1}$$
$$a_1+(n-1)d+190=\frac{(n-1)\left[2a_1+(n-1-1)d\right]}{2}$$
$$-74+6(n-1)+190=\frac{(n-1)\left[2\cdot(-74)+6(n-2)\right]}{2}$$
$$116+6n-6=(n-1)\left[-74+3(n-2)\right]$$
$$110+6n=(n-1)(-74+3n-6)$$
$$110+6n=(n-1)(3n-80)$$
$$110+6n=3n^2-80n-3n+80$$
$$0=3n^2-89n-30$$
$$n_{1,2}=\frac{89\pm 91}{6}$$
$$\boxed{n=30}\quad \leftarrow n>0, natural$$

תשובה: בסדרה 30 **איברים.**

ב. נמצא את מקומו של האיבר החיובי הראשון בסדרה.

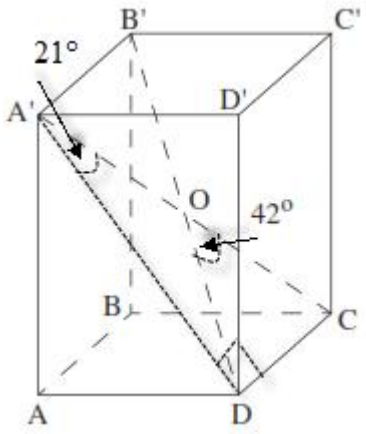
$$a_n>0$$
$$a_1+(n-1)d>0$$
$$-74+6(n-1)>0 \quad /+74$$
$$6(n-1)>74 \quad /:6>0$$
$$n-1>12\frac{1}{3} \quad /+1$$
$$n>13\frac{1}{3}$$
$$\boxed{n=14}\quad \leftarrow n\ natural$$

בסדרה 30 **איברים, כאשר האיבר ה-** 14 **הוא האיבר החיובי הראשון.**

כלומר 13 **איברים אינם חיוביים, ולכן יש בסדרה** 17 **איברים חיוביים.**

תשובה: בסדרה יש 17 **איברים חיוביים.**

א. אלכסוני התיבה שווים זה לזה וחוצים זה את זה, לכן משולש DOC הוא שווה שוקיים ($OC = OD$).
כמוכן מקצוע הבסיס CD, מאונך לפאה $DAA'D'$ כך שמשולש CDA', הוא ישר זווית.
נתון כי שטח משולש DOC הוא 8.4 סמ"ר.



$$S_{\Delta DOC} = \frac{OD \cdot OC \cdot \sin \sphericalangle DOC}{2}$$
$$8.4 = \frac{(OC)^2 \cdot \sin 42°}{2}$$
$$25.107 = (OC)^2$$
$$\boxed{OC = 5.011\,cm}$$

תשובה: אורך הצלע OC הוא 5.011 ס"מ.

ב. $A'C = 2 \cdot 5.011 = 10.02$ **ס"מ**.

$\sphericalangle CA'D = 42° : 2 = 21°$.

($\sphericalangle DOC'$ חיצונית ל- $\Delta OA'D$ ושווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות, השוות, שאינן צמודות לה.)

$\underline{\Delta CDA'}$
$$\sin \sphericalangle CA'D = \frac{DC}{A'C}$$
$$10.02 \sin 21° = DC$$
$$\boxed{DC = 3.591\,cm}$$

תשובה: אורך המקצוע DC הוא 3.591 ס"מ.

ג. הזווית בין אלכסון התיבה $A'C$ לבסיס התיבה $ABCD$ היא $\sphericalangle A'CA$ (בין המשופע ל- AC, ההיטל לבסיס).

$\underline{\Delta A'CA}$
$$\cos \sphericalangle A'CA = \frac{AC}{A'C}$$
$$10.02 \cos 53° = AC$$
$$\boxed{AC = 6.03\,cm}$$

<u>משפט פיתגורס</u> ΔADC

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2$$
$$6.03^2 = (AD)^2 + 3.591^2$$
$$\boxed{AD = 4.844\,cm} \quad \leftarrow AD > 0$$

תשובה: אורך המקצוע AD הוא 4.844 ס"מ.

א. נתונות הפונקציות $f(x)=\sin(2x)$ **ו-** $g(x)=\cos(2x)$ **בתחום** $\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{2\pi}{3}$ **.**

נמצא את שיעורי ה- x **של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון.**

$$\sin 2x=\cos 2x \quad /:\cos 2x\neq 0$$
$$\tan 2x=1$$
$$2x=\frac{\pi}{4}+\pi k \quad /:2$$
$$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}k$$
$$k=0:\boxed{x=\frac{\pi}{8}}$$
$$k=1:\boxed{x=\frac{5\pi}{8}}$$

תשובה: $x=\frac{\pi}{8}$ **,** $x=\frac{5\pi}{8}$ **.**

ב. נמצא את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה** $g(x)$ **, בהן מתקיים** $g(x)=0$ **.**

$$0=\cos 2x$$
$$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$
$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$$
$$k=0:x=\frac{\pi}{4} \quad \leftarrow \frac{\pi}{12}\le x\le\frac{2\pi}{3}$$

נחשב את השטח שמימין לאנך $x=\frac{\pi}{4}$

$$S=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{8}}(\sin 2x-\cos 2x)\,dx$$
$$S=\left(\frac{-\cos 2x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}\right)\Big]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{8}}$$
$$x=\frac{5\pi}{8}: \quad \left(\frac{-\cos(2\cdot\frac{5\pi}{8})}{2}-\frac{\sin(2\cdot\frac{5\pi}{8})}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$x=\frac{\pi}{4}: \quad \left(\frac{-\cos(2\cdot\frac{\pi}{4})}{2}-\frac{\sin(2\cdot\frac{\pi}{4})}{2}\right)=-\frac{1}{2}$$
$$S=\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \rightarrow \boxed{S=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}}$$

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\approx 1.207$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ell n(ax-2)}{ax-2}$ **,** $(a>0)$**.**

נמצא את תחום ההגדרה: פונקציית ה- ℓn **לא יכולה לקבל מספרים אי-חיוביים, ומכנה שונה מאפס.**

$$ax-2>0$$
$$ax>2 \quad /:a>0$$
$$x>\frac{2}{a}$$

פתרון זה, כמובן, גם אינו מאפס את המכנה (שיהיה חיובי בתחום ההגדרה).

תשובה: $x>\frac{2}{a}$ **.**

ב. נתון כי הישר $x=2$ **הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה, כלומר** $x=2$ **מאפס מכנה ולא מונה.**

$$a\cdot 2-2=0$$
$$2a=2 \quad /:2$$
$$\boxed{a=1}$$

תשובה: $a=1$ **.**

ג. נציב $a=1$ **בתבנית הפונקציה ונקבל:** $f(x)=\frac{\ell n(x-2)}{x-2}$ **.**

(1) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגה.

$$f'(x)=\frac{\frac{x-2}{x-2}-\ell n(x-2)}{(x-2)^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{1-\ell n(x-2)}{(x-2)^2}}$$
$$1-\ell n(x-2)=0$$
$$\ell n(x-2)=1$$
$$x-2=e^1$$
$$x=e+2 \quad \to y=\frac{\ell n(e+2-2)}{e+2-2}=\frac{1}{e} \quad \to (e+2,\frac{1}{e})$$
$$\left.\begin{array}{l} f'(e+1)=\frac{1-\ell n(e+1-2)}{+}>0 \\ f'(e+3)=\frac{1-\ell n(e+3-2)}{+}<0 \end{array}\right\} \boxed{(e+2,\frac{1}{e}),\max}$$

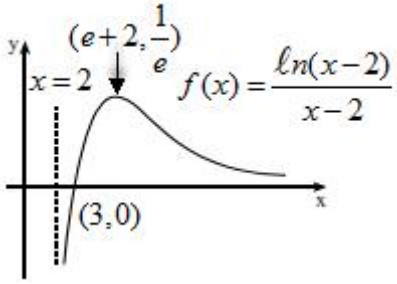
תשובה: $(e+2,\frac{1}{e})$ **, מקסימום.**

(2) נמצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **, בה מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=\frac{\ell n(x-2)}{x-2}$$
$$\ell n(x-2)=0$$
$$x-2=e^0$$
$$x=3 \quad \rightarrow \boxed{(3,0)}$$

תשובה: $(3,0)$ **.**

(3) סקיצה של גרף הפונקציה.



בגרות עד אוגוסט 14 מועד קיץ ג שאלון 35805

א. נתונה הפונקציה $f(x)=e^{2x-1}-4x$.

תחום ההגדרה: כל x .

ב. שתי הצבות במחשבון ומסקנות: $f(10)=178,482,261\to+\infty,\quad f(-100)=400\to+\infty$ **, אין אס' אופקית.**

(1) נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגה.

$$\boxed{f'(x)=2e^{2x-1}-4}$$

$$0=2e^{2x-1}-4$$

$$e^{2x-1}=2$$

$$2x-1=\ell n\,2$$

$$2x=1+\ell n\,2$$

$$x=\frac{1+\ell n\,2}{2}\approx 0.8466$$

$$f(\frac{1+\ell n\,2}{2})=e^{\ell n\,2}-4(\frac{1+\ell n\,2}{2})=2-2-2\ell n\,2=-2\ell n\,2\approx -1.386$$

$$f''(x)=4e^{2x-1}>0\quad\to\boxed{(\frac{1+\ell n\,2}{2},-2\ell n\,2),Min}$$

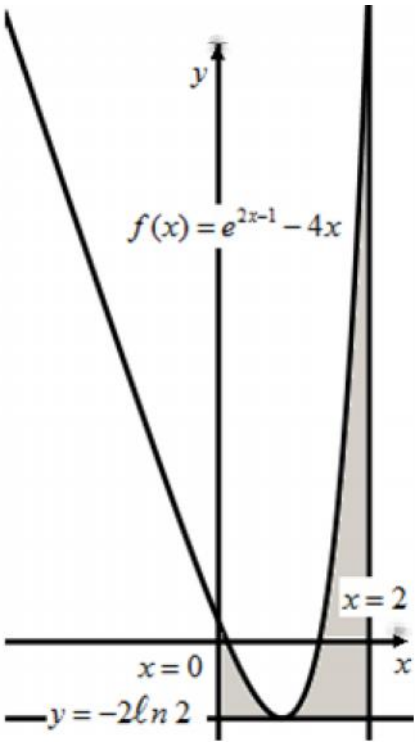
תשובה: $(\frac{1+\ell n\,2}{2},-2\ell n\,2)=(0.8466,-1.386)$ **, מינימום.**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$.

$$f(0)=e^{2\cdot 0-1}-4\cdot 0=\frac{1}{e}\quad\to\boxed{(0,\frac{1}{e})}$$

תשובה: $(0,\frac{1}{e})$

(3) משמאל גרף הפונקציה, כולל סימון המשיק בנקודת המינימום וצביעת השטח המבוקש בסעיף ג.



ג. נחשב את השטח המבוקש.

$$S=\int_0^2(e^{2x-1}-4x-(-2\ell\,n\,2))dx$$

$$S=\frac{e^{2x-1}}{2}-\frac{4x^2}{2}+2x\ell\,n\,2\Big]_0^2$$

$$x=2:\quad(\frac{e^{2\cdot 2-1}}{2}-2\cdot 2^2+2\cdot 2\ell\,n\,2)=\frac{e^3}{2}-8+4\ell\,n\,2\approx 4.8154$$

$$x=0:\quad(\frac{e^{2\cdot 0-1}}{2}-2\cdot 0^2+2\cdot 0\cdot\ell\,n\,2)=\frac{1}{2e}$$

$$\boxed{S=4.8154-\frac{1}{2e}\approx 4.6314}$$

תשובה: גודל השטח המבוקש הוא 4.6314 **יח"ר.**

נכתב ע"י עפר ילין