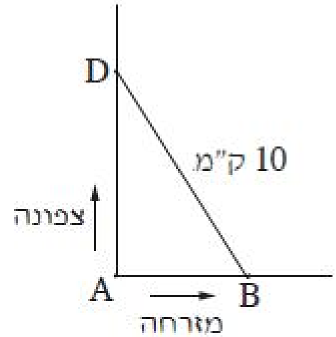


הולך הרגל שהגיע לנקודה D **בשעה** $09:00$ **הלך לנקודה** B **מרחק של** 10 **ק"מ עד לשעה** $11:30$**,**
כלומר הוא עבר 10 **ק"מ במשך** 2.5 **שעות ומהירותו** 4 **קמ"ש** $= 10:2.5$ **.**

בהתאם, המרחק שעבר מהנקודה A **עד הנקודה** D**, בין השעות** $07:00$ **ל-** $09:00$**, כלומר במשך שעתיים,**
הוא 8 **ק"מ** $= 4\cdot 2$ **.**

כיוון שמשולש ABD **הוא ישר זווית, נמצא (באמצעות משפט פיתגורס) את המרחק מנקודה** A **לנקודה** B**.**

$\underline{\Delta ABD}$

$$(BD)^2 = (AD)^2 + (AB)^2$$
$$10^2 = 8^2 + (AB)^2$$
$$(AB)^2 = 36$$
$$AB = 6 \quad \leftarrow AB > 0$$

לכן, הולך הרגל השני עבר מרחק של 6 **ק"מ בין השעות** $07:00$ **ל-** $09:00$**, כלומר במשך שעתיים,**
ומהירותו היא 3 **קמ"ש** $= 6:2$ **.**

תשובה: מהירות הולך הרגל שהלך מהנקודה A **עד הנקודה** D **ומשם לנקודה** B **היא** 4 **קמ"ש.**
מהירות הולך הרגל שהלך מהנקודה A **עד הנקודה** B **היא** 3 **קמ"ש.**

א. שיעורי הנקודה A **הנמצאת במרחק של** 1.25 **מראשית הצירים לכיוון השלילי של ציר ה-** y **הם** $A(0,-1.25)$

שיעורי הנקודה B **הם** $(-13,-11)$ **.**

נמצא את שיפוע AB **:** $m_{AB}=\frac{-1.25+11}{0+13}=0.75$ **, בהתאם משוואת הישר** AB **היא** $y=0.75x-1.25$

תשובה: משוואת הישר AB **היא** $y=0.75x-1.25$ **.**

ב. המעגל, שמרכזו M **, משיק לצירים ברביע השלישי, ונסמן** $M(a,a)$ $(a<0)$ **.**

נציב את שיעורי הנקודה M **במשוואת הישר** AB **(שהיא עליו):**

$a=0.75a-1.25 \quad \to 0.25a=-1.25 \quad \to a=-5$ **.**

תשובה: $M(-5,-5)$ **.** **(משוואת המעגל היא** $(x+5)^2+(y+5)^2=25$ **- לא נדרש לשאלה.)**

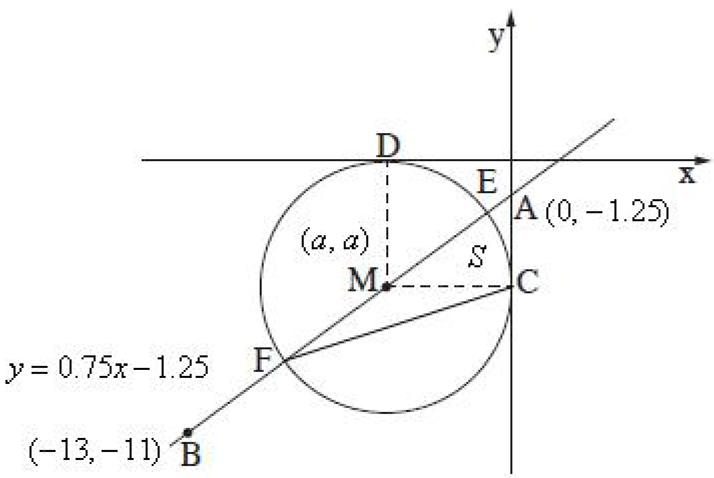
ג. כיוון שמרכז המעגל, הוא אמצע הקוטר EF **,**

הרי שבמשולש EFC **-** CM **הוא תיכון לצלע** EF **.**

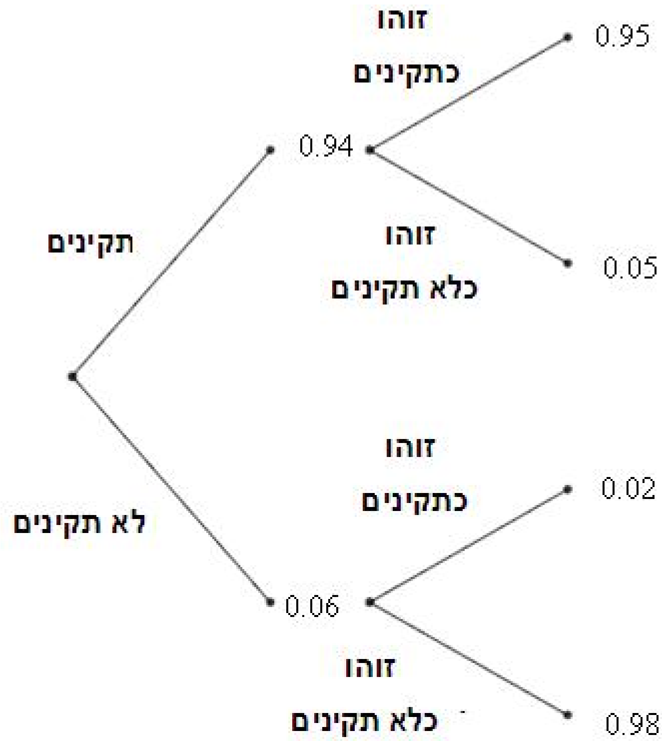
ולכן שטח המשולש EMC **שווה לשטח המשולש** FMC **(שגודלו הוא** S **על פי הנתון),**

כי לצלעות שוות EM = FM **יש גובה משותף מסומן בציור.**

תשובה: שטח המשולש FMC **הוא** S **.**



א. נבנה עץ אפשרויות מתאים:



נמצא את ההסתברות שהמחשב יזוהה כתקין.

$$P(\text{marked o.k.}) = 0.94 \cdot 0.95 + 0.06 \cdot 0.02 = 0.8942$$

תשובה: ההסתברות שהמחשב יזוהה כתקין היא 0.8942 **.**

ב. המחשב יסומן עם תווית של המפעל אם יזוהה כתקין בכל ארבע הבדיקות

$$P(\textit{factory label}) = 0.8942^4 = 0.6393$$

תשובה: ההסתברות שהמחשב יימכר עם תווית של המפעל היא 0.6393 .

ג. המחשב יישלח למחזור אם לפחות יזוהה כפעמיים *לא* תקין.

המאורע המשלים הוא שיזוהה כ*לא* תקין אפס פעמים או פעם אחת.

זיהוי *לא* תקין באפס פעמים הוא זיהוי תקין בכל ארבע הפעמים, כלומר ההסתברות היא 0.6393 **.**

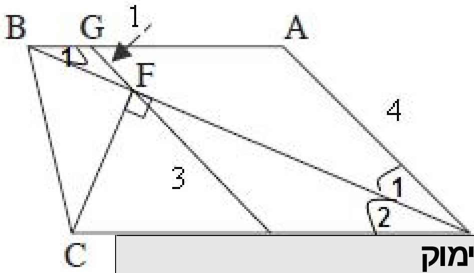
נחשב זיהוי כ*לא* תקין פעם אחת, באמצעות נוסחת ברנולי

כאשר $n = 4$, $p(\textit{not marked o.k.}) = 1 - 0.8942 = 0.1058$ **,** $k = 1$:

$$P_4(1) = \binom{4}{1}(0.1058)^1 \cdot (1 - 0.1058)^3 = 4 \cdot (0.1058)^1 \cdot (0.8942)^3 = 0.3026$$

ולכן ההסתברות שהמחשב יישלח למחזור היא $p = 1 - (0.6393 + 0.3026) = 0.0581$

תשובה: ההסתברות היא 0.0581 **.**



נתונים

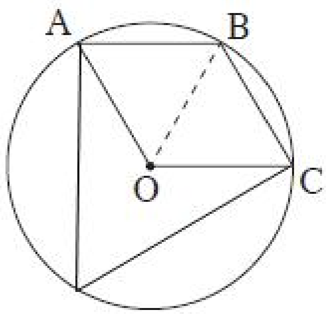
1. ABCE **טרפז** $CE \parallel BA$ **.2** $CF \perp BE$ **.3** $CD = ED$

.4 $EA = 4$ **ס"מ** **.5** $ED = 3$ **ס"מ** **.6** $\measuredangle E_1 = \measuredangle E_2$ **.7** , $S_{\Delta EDF} = S$

צ"ל: **א.** $\Delta EDF \sim \Delta BAE$ **ב.** AGDE **מקבילית** **ג.** $S_{\Delta BGF}$

הסבר		טענה	נימוק
2	8	$CF \perp BE$	נתון
3	9	$CD = ED$	נתון
9 ,8	10	$CD = ED = FD$	התיכון ליתר שווה למחצית היתר
10	11	$\measuredangle DFE = \measuredangle E_2$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔFDE
3	12	$\measuredangle E_1 = \measuredangle E_2$	נתון
1	13	$CE \parallel BA$	נתון
13	14	(ז) $\measuredangle B_1 = \measuredangle E_2$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
12 ,11	15	(ז) $\measuredangle DFE = \measuredangle E_1$	כלל המעבר
15 ,14	16	$\Delta EDF \sim \Delta BAE$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א	
15	17	$GD \parallel AE$	אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים
17 ,13	18	AGDE מקבילית	שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
		מ.ש.ל. ב	
4	19	$EA = 4$ ס"מ	נתון
18	20	$GD = AE$	צלעות נגדיות שוות במקבילית
20 ,19	21	$GD = 4$ ס"מ	כלל המעבר
5	22	$ED = 3$ ס"מ	נתון
22 ,10	23	$FD = 3$ ס"מ	כלל המעבר
23 ,21	24	$GF = 1$ ס"מ	הפרש קטעים
13	25	$\frac{GF}{FD} = \frac{BG}{GE} = \frac{BF}{DE}$	משפט תאלס הרחבה 2
25	26	$\Delta BGF \sim \Delta EDF$	משפט דמיון צלע צלע צלע
26 ,25 ,24 ,23	27	יחס הדמיון הוא $\frac{GF}{FD} = \frac{1}{3}$	הצבה
27 ,26	28	יחס השטחים הוא $\frac{S_{\Delta BGF}}{S_{\Delta EDF}} = \frac{1}{9}$	יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון
7	29	$S_{\Delta EDF} = S$	נתון
29 ,28	30	$S_{\Delta BGF} = \frac{S}{9}$	הצבה

הסבר		טענה	נימוק
		מ.ש.ל. ג	



נתונים

1. $\angle AOB = \angle COB$ **2.** $\angle ABC = \angle AOC$ **3.** O **מרכז המעגל**

עבור ב: **4.** $AC = $ **10 ס"מ**

צ"ל: א. (1) $\angle ABO = \angle CBO$ **(2)** $AOCB$ **מעוין**

ב. $\angle ADC$ **ג.** $S_{\Delta AOC}$

הסבר		טענה	נימוק
3	5	O מרכז המעגל	נתון
5	6	$AO = CO$ (צ)	רדיוסים שווים במעגל
1	7	$\angle AOB = \angle COB = \frac{\angle AOC}{2}$	נתון
	8	$BO = BO$ (צ)	צלע משותפת
6, 7, 8	9	$\Delta AOB \cong \Delta COB$	משפט חיפה צלע צלע צלע
9	10	$\angle ABO = \angle CBO = \frac{\angle ABC}{2}$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
		מ.ש.ל. א (1)	
2	11	$\angle ABC = \angle AOC$	נתון
11	12	$\frac{\angle ABC}{2} = \frac{\angle AOC}{2}$	חילוק ב- 2
7, 10, 12	13	$\angle ABO = \angle AOB$	כלל המעבר
5	14	$AO = BO$	רדיוסים שווים זה לזה
14	15	$\angle OAB = \angle ABO$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔAOB
13, 15	16	$\angle OAB = \angle ABO = \angle AOB = 60°$	כלל מעבר וסכום זוויות ΔAOB $180°$
16	17	ΔAOB שווה צלעות	כל הזוויות שוות
9, 17	18	ΔBOC שווה צלעות	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
17, 18	19	$AOCB$ מעוין	ארבע צלעות שוות
		מ.ש.ל. א (2)	
18	20	$\angle BOC = 60°$	זוויות $60°$ במשולש שווה צלעות
16, 20	21	$\angle AOC = 120°$	סכום זוויות
21	22	$\angle ADC = 60°$	זווית מרכזית כפולה מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת
		מ.ש.ל. ב	

ונעבור לטריגונומטריה לסעיף ג

(נתון) $AC =$ **ס"מ** 10

משפט סינוסים ΔACD (**חסום במעגל שמרכזו** O)

$$\frac{AC}{\sin\sphericalangle ADC}=2R$$

$$\frac{10}{2\sin 60^\circ}=R$$

$$\boxed{OB=\frac{10}{\sqrt{3}}}$$

לכן: $\frac{10}{\sqrt{3}}$ **ס"מ** $AO = AC$

$$\sphericalangle AOC=2\cdot\sphericalangle ADC=2\cdot 60^\circ=120^\circ$$

$$S_{\Delta AOC}=\frac{AO\cdot AC\cdot\sin\sphericalangle AOC}{2}=\frac{\frac{10}{\sqrt{3}}\cdot\frac{10}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{25}{\sqrt{3}}=14.43$$

תשובה: שטח המשולש הוא $\frac{25}{\sqrt{3}}$ **יח"ר (** 14.43 **יח"ר)**

א. ΔABC **ו-** ΔDEF **שווי צלעיות ולכן כל זוויותיהם שוות** $60°$ **.**

$\measuredangle ADE = \sim$ **(נתון)**

$\measuredangle AED = 180° - (60° + \sim) = 120° - \sim$ **(סכום זוויות משולש** ΔAED $180°$**)**

$\measuredangle BEF = 180° - (120° - \sim + 60°) = \sim$ **(זווית שטוחה שווה** $180°$**)**

$\measuredangle EFB = 180° - (60° + \sim) = 120° - \sim$ **(סכום זוויות משולש** ΔEBF $180°$**)**

תשובה: $\measuredangle EFB = 120° - \sim$ **,** $\measuredangle BEF = \sim$ **,** $\measuredangle B = 60°$

ב. $DE = a$ **(נתון) ולכן גם** $EF = DF = DE = a$ **(** ΔDEF **שווה צלעות)**

$\measuredangle DFC = 180° - (120° - \sim + 60°) = \sim$ **(זווית שטוחה שווה** $180°$**)**

$\measuredangle FDC = 180° - (60° + \sim) = 120° - \sim$ **(סכום זוויות משולש** ΔFDC $180°$**)**

$\underline{\Delta EBF}$

$$\frac{BF}{\sin \measuredangle BEF} = \frac{EF}{\sin \measuredangle B}$$

$$\frac{BF}{\sin \sim} = \frac{a}{\sin 60°}$$

$$\boxed{BF = \frac{a \sin \sim}{\sin 60°}}$$

$\underline{\Delta DFC}$

$$\frac{FC}{\sin \measuredangle FDC} = \frac{DF}{\sin \measuredangle C}$$

$$\frac{FC}{\sin(120° - \sim)} = \frac{a}{\sin 60°}$$

$$\boxed{FC = \frac{a \sin(120° - \sim)}{\sin 60°}}$$

$$BC = BF + FC = \frac{a \sin \sim}{\sin 60°} + \frac{a \sin(120° - \sim)}{\sin 60°} = \frac{a(\sin \sim + \sin(120° - \sim))}{\sin 60°}$$

תשובה: $BC = \dfrac{a(\sin \sim + \sin(120° - \sim))}{\sin 60°}$

ב. נתון: $DE \parallel BC$ **, ורדיוס המעגל החוסם את** ΔDEF **הוא** 4 **ס"מ.**

על פי משפט הסינוסים ΔDEF

$$\frac{a}{\sin 60°} = 2 \cdot 4$$

$$\boxed{a = 4\sqrt{3}}$$

כיוון ש- $DE \parallel BC$ **הרי שגם** $\sim = 60°$ **, ולכן כל המשולשים שווי צלעות,**

ומכאן ש- DE **קטע אמצעים ב-** ΔABC **ושווה למחצית הצלע השלישית, כלומר ל-** $2a$

תשובה: $8\sqrt{3}$ **ס"מ** $= BC$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-5}{x+3}$.

(1) הביטוי שבמכנה $x+3$ **מתאפס עבור** $x=-3$ **ולכן הפונקציה מוגדרת לכל** $x\neq-3$.

תשובה: $x\neq-3$.

(2) אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (2) **גדולה מחזקת פולינום המכנה** (1)

ולכן הביטוי $\frac{x^2-5}{x+3}$ **שואף ל-** $\pm\infty$ **כאשר** $x\to\pm\infty$ **ואין אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית - $x=-3$ **מאפס מכנה ולא מונה,**

ולכן הביטוי $\frac{x^2-5}{x+3}$ **שואף ל-** $\pm\infty$ **כאשר** $x\to-1$ **ובהתאם** $x=-3$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=-3$.

(3) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן:**

$$0=\frac{x^2-5}{x+3}$$

$$0=x^2-5 \quad\to x=\pm\sqrt{5} \quad\to \boxed{(-\sqrt{5},0),(\sqrt{5},0)}$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן:**

$$f(0)=\frac{0^2-5}{0+3}=-1\frac{2}{3} \quad\to \boxed{(0,-1\frac{2}{3})}$$

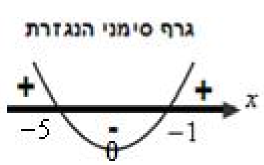
תשובה: $(-\sqrt{5},0),(\sqrt{5},0)$ **,** $(0,-1\frac{2}{3})$.

(4) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה ואת סוגה.

$$f'(x)=\frac{2x(x+3)-(x^2-5)}{(x+3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2+6x-x^2+5}{(x+3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}}$$



הנגזרת מתאפסת עבור $x=-1$ **,** $x=-5$ **, כאשר מכנה הנגזרת חיובי ועל פי גרף סימני הנגזרת משמאל.**

עבור $x=-5$ **נגזרת הפונקציה עוברת מחיוביות לשליליות, והפונקציה עוברת מעלייה לירידה וזו נקודת מקסימום.**

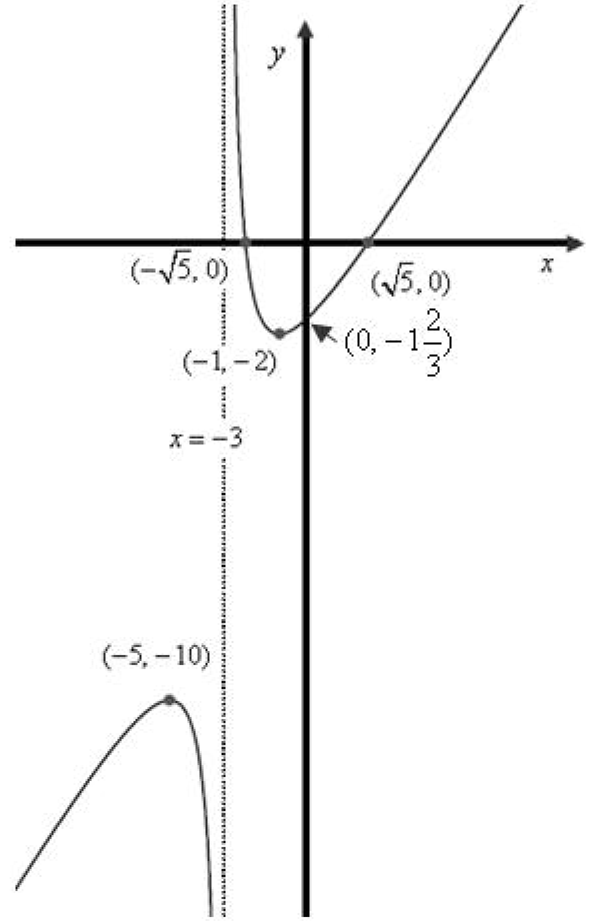
$$f(-5)=\frac{(-5)^2-5}{-5+3}=-10 \quad\to \boxed{(-5,-10)}$$

עבור $x=-1$ **נגזרת הפונקציה עוברת משליליות לחיוביות, והפונקציה עוברת מירידה לעלייה וזו נקודת מינימום.**

$$f(-1)=\frac{(-1)^2-5}{-1+3}=--2 \quad\to \boxed{(-1,-2)}$$

תשובה: תשובה: $(-5,-10)$ **מקסימום,** $(-1,-2)$ **מינימום .**

(5) הסקיצה המתאימה



ב. (1) $f'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$

אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (2) **שווה לחזקת פולינום המכנה** (2)

ולכן הביטוי $\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$ **שואף ל-** 1 **כאשר** $x\to\infty$ **ובהתאם ו-** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית - $x=-3$ **מאפס מכנה ולא מונה,**

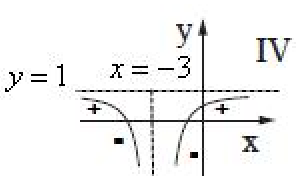
ולכן הביטוי $\frac{x^2-3}{(x+1)^2}$ **שואף ל-** ∞ **כאשר** $x\to-3$ **ובהתאם** $x=-3$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $y=1$ **,** $x=-3$ **.**

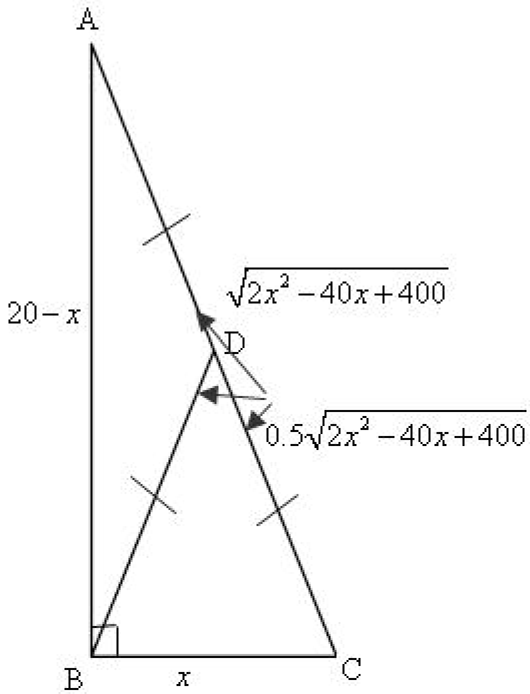
(2) גרף IV **מתאים לגרף הנגזרת, בהתאם לתחומי החיוביות שליליות, שפורטו בסעיף א (4),**

וכן לאסימפטוטות, שצוינו בסעיף ב (1).

תשובה: גרף IV **.**



א. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *אורך התיכון ליתר*.



נסמן $AB=x$ **וכיוון שסכום הניצבים הוא** 20 **ס"מ, הרי ש-** $BC=20-x$.

התיכון ליתר שווה למחצית היתר.

על פי משפט פיתגורס: $AC=\sqrt{x^2+(20-x)^2}$

$AC=\sqrt{2x^2-40x+400}$

$\boxed{BD=0.5\sqrt{2x^2-40x+400}}$

$(BD)'=\frac{0.5(4x-40)}{2\sqrt{2x^2-40x+400}}$

$\boxed{(BD)'=\frac{4x-40}{4\sqrt{2x^2-40x+400}}}$

$0=4x-40$

$4x=40$

$\boxed{x=10}$

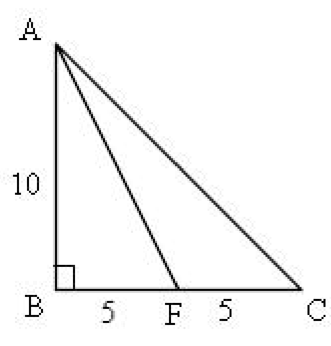
מכנה הנגזרת הראשונה חיובי

$(BD)'(9)=4\cdot 9-40<0 \searrow, \quad (BD)'(11)=4\cdot 11-40<0 \nearrow$

עבור $x=10$ **אורך התיכון ליתר מינימלי (הפונקציה עוברת מירידה לעלייה).**

תשובה: אורכי הניצבים 10 **ס"מ (משולש ישר זווית שווה שוקיים).**

ב. נחשב את אורך התיכון לניצב (המשולש שווה שוקיים לכן שני התיכונים לניצבים שווים זה לזה.).



$BF=\frac{BC}{2}=\frac{10}{2}=$ 5 **ס"מ**

$AF=\sqrt{10^2+5^2}=$ 11.18 **ס"מ**

תשובה: אורך התיכונים למיצבים הוא 11.18 **ס"מ** .

א. נתונו הפונקציות $f(x)=1-\cos 2x$ **,** $g(x)=\sin 2x$ **בתחום** $0\le x\le \circledR$ **.**

כיוון שבסעיף ב' יש למצוא את שיעורי ה- x **של נקודות החיתוך, נמצא אותן תחילה וזה יקל על הזיהוי.**

$$\sin 2x=1-\cos 2x$$
$$2\sin x\cos x=1-(1-2\sin^2 x)$$
$$2\sin x\cos x=1-1+2\sin^2 x$$
$$2\sin x\cos x-2\sin^2 x=0$$
$$2\sin x(\cos x-\sin x)=0$$
$$\sin x=0 \qquad \cos x=\sin x\to\tan x=1$$
$$x=\circledR k \qquad x=\frac{\circledR}{4}+\circledR x$$

k	$x=\circledR k$	$x=\frac{\circledR}{4}+\circledR x$
0	$x=0$	$x=\frac{\circledR}{4}$
1	$x=\circledR$	

נציב $x=\frac{\circledR}{6}$ **בתבניות הפונקציות:** $g(\frac{\circledR}{6})=\sin(2\cdot\frac{\circledR}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $f(\frac{\circledR}{6})=1-\cos(2\cdot\frac{\circledR}{6})=0.5$ **.**

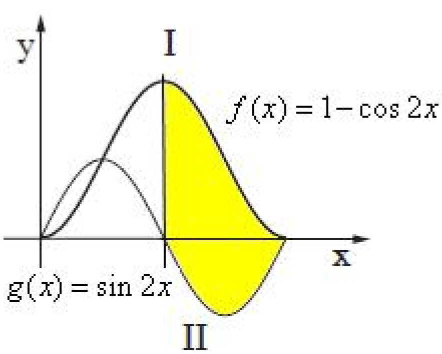
קבלנו שעבור $0<x<\frac{\circledR}{4}$ **מתקיים** $g(x)>f(x)$ **, כלומר הגרף של** $g(x)$ **הוא העליון.**

תשובה: $g(x)$ **גרף** II **,** $f(x)$ **גרף** I **.**

ב. הפתרון על פי הסעיף הקודם.

תשובה: $x=0$ **,** $x=\frac{\circledR}{4}$ **,** $x=\circledR$

ג. נעביר את הישר $x=\frac{\circledR}{2}$ **, שחותך את** $g(x)$ **בנקודת החיתוך שלה עם ציר -** x **(** $\sin\circledR=0$ **).**



$$S=\int_{\frac{\circledR}{2}}^{\circledR}(1-\cos 2x-\sin 2x)dx$$
$$S=x-0.5\sin 2x+0.5\cos 2x\Big]_{\frac{\circledR}{2}}^{\circledR}$$
$$S=(\circledR-0.5\sin(2\cdot\circledR)+0.5\cos(2\cdot\circledR))-(\frac{\circledR}{2}-0.5\sin(2\cdot\frac{\circledR}{2})+0.5\cos(2\cdot\frac{\circledR}{2}))$$
$$S=(\circledR+0.5)-(\frac{\circledR}{2}-0.5)$$
$$\boxed{S=\frac{\circledR}{2}+1}$$

תשובה: גודל השטח $\frac{\circledR}{2}+1$ **יח"ר.**