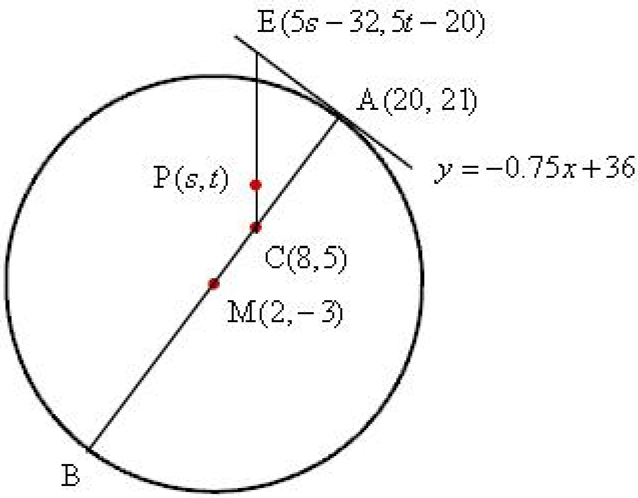



**א. נציג את השרטוט המתאים ונסביר בהמשך:**

**משוואת המעגל היא** $x^2+y^2-4x+6y=887$

**ולאחר ארגון נקבל** $(x-2)^2+(y+3)^2=900$ **,**

**כלומר מרכז המעגל** $M(2,-3)$ **ורדיוסו** $30$

$AC=\frac{1}{3}AB$ **ובהתאם** $AC=\frac{2}{3}AM$

**כיוון ש-** $AB=2AM$ **קוטר המעגל.**

**ובהתאם הנקודה** $C$ **ביחס של** $2:1$ **.**

**ע"פ נוסחת חלוקת קטע ביחס נתון**

$$C\left(\frac{2\cdot 2+1\cdot 20}{3},\frac{2\cdot(-3)+1\cdot 21}{3}\right)$$

**תשובה:** $C(8,5)$

**ב. נסמן** $P(s,t)$ **- נקודה על המקום הגיאומטרי.**

**ע"פ נוסחת חלוקת קטע ביחס נתון**

$$\left.\begin{aligned} s&=\frac{4\cdot 8+1\cdot x_E}{5} &&\rightarrow x_E=5s-32\\ t&=\frac{4\cdot 5+1\cdot y_E}{5} &&\rightarrow y_E=5t-20\end{aligned}\right\}\boxed{E(5s-32,5t-20)}$$

$$m_{AM}=\frac{21+3}{20-2}=\frac{4}{3}\quad\rightarrow m_{AE}=-0.75$$

**(המשיק מאונך לרדיוס, לכן מכפלת השיפועים** $-1$**)**

$$AE\equiv y-21=-0.75(x-20)\quad\rightarrow y=-0.75x+36$$

**נציב שיעורי הנקודה** $E(5s-32,5t-20)$ **בישר**

$$5t-20=-0.75(5s-32)x+36$$
$$5t-20=-3.75s+24+36$$
$$5t=-3.75s+80\quad /:5$$
$$t=-0.75s+16$$

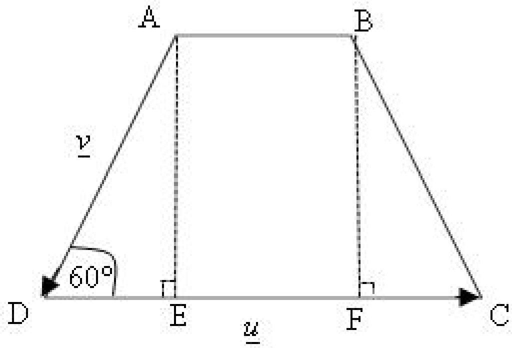
**וזאת משוואת הישר** $\boxed{y=-0.75x+16}$

**תשובה:** $E(5s-32,5t-20)$ **,** $y=-0.75x+16$

א. (1) $\angle ADC = 60^\circ$ (זווית חד צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות ל- $180^\circ$)

נוריד שני אנכים $AE, BF$ לבסיס $CD$,

היוצרים שני משולשים החופפים זה לזה ($\Delta ADE \cong \Delta BCF$)




$$DE = \frac{|\underline{u}| - t|\underline{u}|}{2} = \frac{(1-t)|\underline{u}|}{2}$$

$\underline{\Delta ADE}$

$$\cos 60^\circ = \frac{DE}{AD}$$

$$0.5 = \frac{(1-t)|\underline{u}|}{2|\underline{v}|}$$

$$|\underline{v}| = |\underline{u}| - t|\underline{u}|$$

$$\boxed{t = \frac{|\underline{u}| - |\underline{v}|}{|\underline{u}|}}$$

תשובה: $t = \frac{|\underline{u}| - |\underline{v}|}{|\underline{u}|}$

(2) נביע את הווקטור $\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{BC} = -t\underline{u} + \underline{v} + \underline{u}$$

$$\overrightarrow{BC} = (1-t)\underline{u} + \underline{v}$$

$$\overrightarrow{BC} = (1 - \frac{|\underline{u}| - |\underline{v}|}{|\underline{u}|})\underline{u} + \underline{v}$$

$$\overrightarrow{BC} = (\frac{|\underline{u}| - |\underline{u}| + |\underline{v}|}{|\underline{u}|})\underline{u} + \underline{v}$$

$$\boxed{\overrightarrow{BC} = (\frac{|\underline{v}|}{|\underline{u}|})\underline{u} + \underline{v}}$$

תשובה: $\overrightarrow{BC} = (\frac{|\underline{v}|}{|\underline{u}|})\underline{u} + \underline{v}$

ב. (1) נתון: $\underline{u}=(8,6,-10)$ , $\underline{v}=(-1,y,0)$

משים לב שהזווית בין הווקטורים $\underline{u}$ , $\underline{v}$ היא בת $120°$

(ראש – ראש, זנב – זנב)

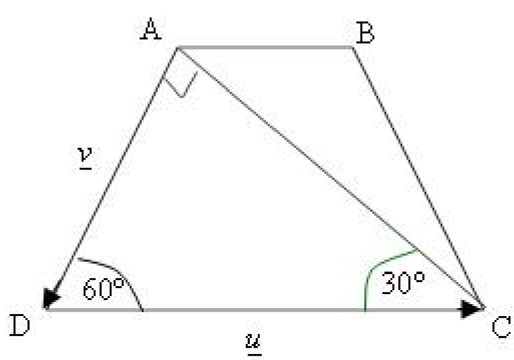
$$\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}|\cos120°$$
$$(8,6,-10)(-1,y,0)=|(8,6,-10)||(-1,y,0)|\cos120°$$
$$-8+6y+0=\sqrt{8^2+6^2+(-10)^2}\sqrt{(-1)^2+y^2+0^2}\cdot(-0.5)$$
$$16-12y=\sqrt{200}\sqrt{1+y^2}\quad(\ )^2$$
$$256-384y+144y^2=200(1+y^2)$$
$$56y^2+384y-56=0$$
$$y_{1,2}=\frac{-384\pm400}{112}\quad\rightarrow y_1=\frac{1}{7},\quad y_2=-7$$
$$16-12\cdot\frac{1}{7}\overset{?}{=}\sqrt{200}\sqrt{1+(\frac{1}{7})^2}\quad\rightarrow14\frac{2}{7}\overset{?}{=}14\frac{2}{7}\quad o.k.$$
$$16-12\cdot(-7)\overset{?}{=}\sqrt{200}\sqrt{1+(-7)^2}\quad\rightarrow100\overset{?}{=}100\quad o.k.$$

תשובה : $y=\frac{1}{7}$ , $y=-7$

(2) כאשר $DC$ קוטר במעגל שהטרפז חסום בו,

הרי ש- $\angle CAD=90°$ (זווית היקפית הנשענת על קוטר)

ו- $\Delta CAD$ הוא משולש $30°,60°,90°$ ו- $|\underline{u}|=2|\underline{v}|$




$$|\underline{u}|=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$$

עבור $y=\frac{1}{7}$ : $|\underline{v}|=\sqrt{1+(\frac{1}{7})^2}\neq\frac{10\sqrt{2}}{2}$

עבור $y=-7$ : $|\underline{v}|=\sqrt{1+(-7)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}=\frac{10\sqrt{2}}{2}$

תשובה: $y=-7$

בסדרה **<u>הנדסית</u>** $a_1, a_2, a_3 \ldots$

**נתון** $a_4 = -8+8i$ $\qquad$ $a_7 = 64+64i$

$$\frac{a_7}{a_4} = \frac{a_4 q^3}{a_4} = q^3$$

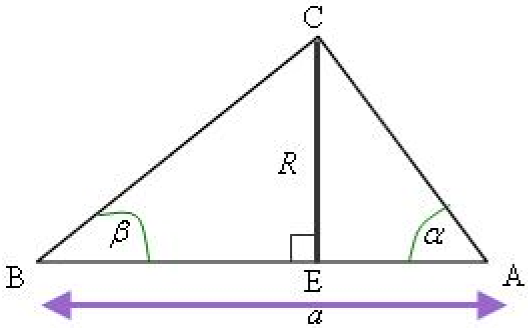
$$q^3 = \frac{64+64i}{-8+8i} = \frac{8(1+i)}{-1+i}$$

$$a_4 = a_1 q^3$$

$$a_1 = \frac{-8+8i}{\frac{8(1+i)}{-1+i}} = \frac{(-1+i)^2}{1+i} = \frac{(-1+i)^2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i(1-i)}{1+1} = -1-i$$

$$\boxed{a_1 = -1-i}$$

**תשובה:** $a_1 = -1-i$




**נוריד אנך** CE **לבסיס** AB **.**

**הצורה המתקבלת מסיבוב משולשים ישרי זווית, סביב אחד הניצבים –**

**היא חרוט, כאשר הניצב (** BE **או** AE **)הוא הגובה,**

**והרדיוס הניצב השני (** CE**).** $R$

<u>ΔCBE</u>

$$\tan \quad = \frac{R}{BE}$$

$$BE = \frac{R}{\tan}$$

<u>ΔCAE</u>

$$\tan\sim\ = \frac{R}{AE}$$

$$AE = \frac{R}{\tan\sim}$$

$$a = \quad \frac{R}{\tan\sim} + \frac{R}{\tan}$$

$$a = R \cdot \frac{\tan \quad + \tan\sim}{\tan\sim\ \tan}$$

$$R = \frac{a\tan\sim\ \tan}{\tan \quad + \tan\sim}$$

$$V_{ABC} = V_{CBE} + V_{CAE}$$

$$V_{ABC} = \frac{®\,BE \cdot R^2}{3} + \frac{®\,AE \cdot R^2}{3}$$

$$V_{ABC} = \frac{®\,R^2}{3} \cdot (BE + BE)$$

$$V_{ABC} = \frac{(\frac{a\tan\sim\ \tan}{\tan \quad + \tan\sim})^2 \cdot a®}{3} \cdot a$$

$$\boxed{V_{ABC} = \frac{®\,a^3}{3} \cdot \frac{\tan^2\sim\ \tan^2}{(\tan \quad + \tan\sim)^2}}$$

**תשובה:** $\frac{®\,a^3}{3} \cdot \frac{\tan^2\sim\ \tan^2}{(\tan \quad + \tan\sim)^2}$

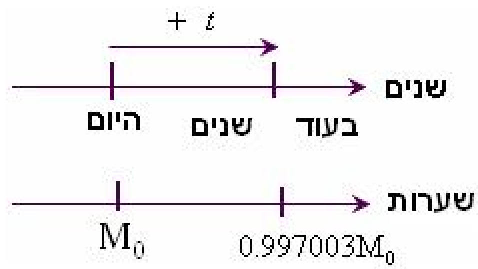
**א. נוסחת הגידול והדעיכה היא** $M_t = M_0 \cdot q^t$

**שעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן הוא** $q$. **פרק הזמן הוא** $t$.

$M_0$ **- הכמות ראשונית ,** $M_t$ **- כמות לאחר** $t$ **תקופות.**

$$q = \frac{100-P}{100} = \frac{100-0.1}{100} = 0.999$$

**לאחר** $t$ **שנים, מגיל** $21$ **, יישארו לגברים:** $\frac{100-0.2997}{100} \cdot M_0 = 0.997003M_0$ **שערות**




$$0.997003M_0 = M_0 \cdot 0.999^t \quad / : M_0$$

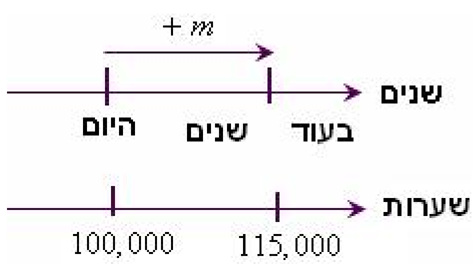
$$\Leftrightarrow 0.997003 = 0.999^t$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ell n\, 0.997003}{\ell n\, 0.999}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{t \approx 3}$$

**תשובה: כעבור** $3$ **שנים (בערך) מגיל** $21$ **יאבדו הגברים** $0.2997\%$ **משער ראשם.**

**ב.** $100,000$ **שערות** $= M_0$ **- הכמות ראשונית ,** $115,000$ **שערות** $= M_t$ **- כמות לאחר** $m$**שנים.**




$$115,000 = 100,000 \cdot q^m \quad / : 100,000$$

$$\Leftrightarrow 1.15 = q^m$$

$$\Leftrightarrow \boxed{q = \sqrt[m]{1.15}}$$

$$\frac{100+P}{100} = \sqrt[m]{1.15}$$

$$100 + P = 100 \cdot \sqrt[m]{1.15}$$

$$\boxed{P = 100 \cdot \sqrt[m]{1.15} - 100}$$

**תשובה: כל שנה גדל מספר שערות הילדה ב-** $100 \cdot \sqrt[m]{1.15} - 100$ **אחוזים.**

**נתונה פונקצית הנגזרת השנייה:** $f''(x)=\frac{1}{(2x-1)^2}+e$ .

**לפונקציה** $f(x)$ **יש נקודת הקיצון ב-** $(0,3)$

**כלומר:** $f'(0)=0, \quad f(0)=3$

$$f'(x)=\int(\frac{1}{(2x-1)^2}+e)\,dx=$$

$$f'(x)=-\frac{1}{2(2x-1)}+ex+c$$

$$0=-\frac{1}{2(2\cdot 0-1)}+e\cdot 0+c \quad \leftarrow f'(0)=0$$

$$0=0.5+c$$

$$c=-0.5$$

$$\boxed{f'(x)=-\frac{1}{2(2x-1)}+ex-0.5}$$

$$f(x)=\int(-\frac{1}{2(2x-1)}+ex-0.5)\,dx=$$

$$f(x)=-0.25\ell\text{n}\left|2x-1\right|+0.5ex^2-0.5x+c$$

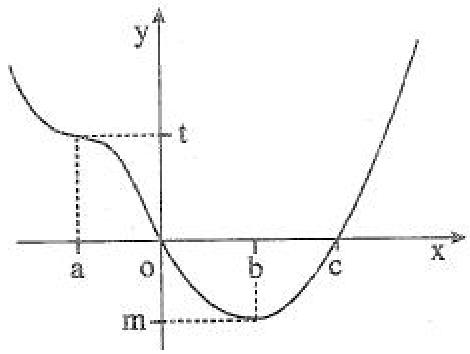
$$3=-0.25\ell\text{n}\left|2\cdot 0-1\right|+0.5e\cdot 0^2-0.5\cdot 0+c \quad \leftarrow f(0)=3$$

$$3=-0.25\ell\text{n}1+c$$

$$c=3$$

$$\boxed{f(x)=-0.25\ell\text{n}\left|2x-1\right|+0.5ex^2-0.5x+3}$$

**תשובה:** $f(x)=-0.25\ell\text{n}\left|2x-1\right|+0.5ex^2-0.5x+3$

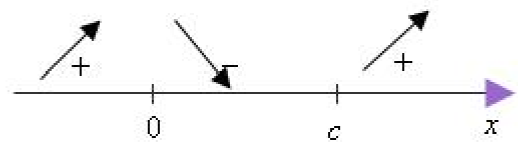



**א. (1) נראה, בסיוע הגרף הנתון של פונקציית הנגזרת**

**טבלת עלייה ירידה של** $f(x)$ .

**בתחום** $x > c$ **או** $x < 0$ $f'(x)$ **חיובית ולכן** $f(x)$ **עולה.**

**בתחום** $0 < x < c$ $f'(x)$ **שלילית ולכן** $f(x)$ **יורדת.**




**בהתאם:** $x = c$ **מינימום ,** $x = 0$ **מקסימום**

**כמו כן נתון:** $f(c) = k$ **,** $f(b) = p$ **,** $f(0) = s$ **,** $f(a) = d$

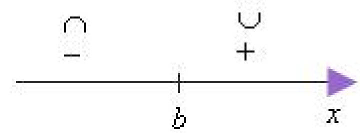
**תשובה:** $(c, k)$ **מינימום,** $(0, s)$ **מקסימום**

**(2) נראה, בסיוע הגרף הנתון של פונקציית הנגזרת**

**טבלת קעירות של** $f(x)$ .

**בתחום** $x < b$ $f'(x)$ **יורדת ולכן** $f(x)$ **קעורה כלפי מטה** $\cap$.

**בתחום** $x > b$ $f'(x)$ **עולה ולכן** $f(x)$ **קעורה כלפי מעלה** $\cup$.




**בהתאם** $x = b$ **שיעור ה-** $x$ **של נקודת הפיתול**

**תשובה:** $(b, p)$ **נקודת פיתול**

**ב. נסמן:** $u(x) = e^{-f(x)}$ ,

**לכן:** $\frac{du}{dx} = -f'(x) \cdot e^{-f(x)}$

**ובהתאם:** $-du = f'(x) \cdot e^{-f(x)}$

$$\int f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx = \int -du = -u + c = -e^{-f(x)} + c$$

$$\int_b^c f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx = e^{-f(x)} \Big]_b^c = -e^{-f(c)} + e^{-f(b)} = -e^{-k} + e^{-p}$$

$$\int_b^c f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx = \frac{1}{e^p} - \frac{1}{e^k}$$

**תשובה:** $\frac{1}{e^p} - \frac{1}{e^k}$