**א. נסמן ב- $x$ את מחיר הספה לפני ההנחה (שקלים).**

**נרשום את הנתונים בטבלה מתאימה, כאשר סך כול התשלומים שווה למחיר כפול כמות .**

**עבור $10$ הספות הראשונות הוא שילם מחיר מלא $(x)$,**

**ועבור $10$ הספות הנותרות קיבל הנחה של $50\%$ שילם** $\frac{100-50}{100}\cdot x=0.5x$

| | כמות | מחיר ליחידה ₪ | סך הכול ₪ |
|---|---|---|---|
| **מחיר מלא** | $10$ | $x$ | $10x$ |
| **עם הנחה** | $10$ | $0.5x$ | $0.5\cdot 10x=5x$ |

**בסך הכול שילם הסוחר $15,000$ שקלים ובהתאם המשוואה המתאימה:** $10x+5x=15000$

$$10x+5x=15000$$
$$15x=15000 \quad /:15$$
$$\boxed{x=1000}$$

**תשובה: מחיר ספה לפני ההנחה היה $1,000$ שקלים.**

**ב. (1) נסמן ב- $y$ את מחיר הקנייה של השטיח (שקלים).**

**הסוחר מכר כל ספה במחיר הגבוה ב- $50\%$ מהמחיר המלא ששילם:** $\frac{100+50}{100}\cdot 1000=1.5\cdot 1000=1500$ **.**

**הסוחר מכר כל שטיח במחיר הגבוה ב- $60\%$ מהמחיר ששילם:** $\frac{100+60}{100}\cdot y=1.6y$

| | כמות | מחיר ליחידה ₪ | סך הכול ₪ |
|---|---|---|---|
| **ספות** | $3$ | $1500$ | $3\cdot 1500=4500$ |
| **שטיחים** | $2$ | $1.6y$ | $2\cdot 1.6y=3.2y$ |

**בסך הכול שילם הלקוח $6,900$ שקלים ובהתאם המשוואה המתאימה:** $4500+3.2y=6900$

$$4500+3.2y=6900$$
$$3.2y=2400 \quad /:3.2$$
$$\boxed{y=750}$$

**תשובה: הסוחר שילם $750$ שקלים עבור כל שטיח.**

**(2) הרווח של הסוחר ממכירת כל שטיח היה $60\%$ ממחירו, כלומר $450$ שקלים** $=\frac{60}{100}\cdot 750=0.6\cdot 750$

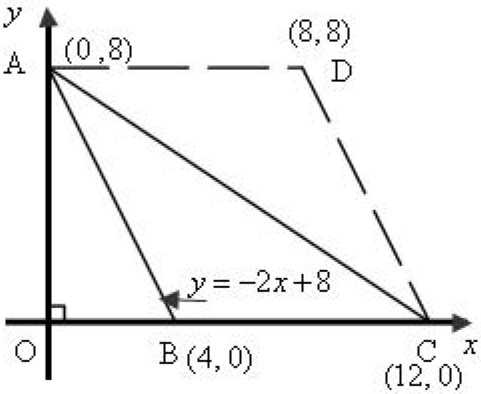
**תשובה: הרווח של הסוחר ממכירת כל שטיח היה $450$ שקלים.**

**א. משוואת הצלע AB היא $y=-2x+8$ .**

**נקודת החיתוך עם ציר ה- $y$ , בה מתקיים $x=0$ , היא $A(0,8)$ .**

**נקודת החיתוך עם ציר ה- $x$ , בה מתקיים $y=0$ , היא** $0=-2x+8 \rightarrow 2x=8 \rightarrow x=4 \rightarrow B(4,0)$

**תשובה: $A(0,8)$ , $B(4,0)$ .**



**ב. שטח המשולש ABC גדול פי שניים משטח המשולש AOB .**

**לשני המשולשים גובה משותף AO לצלעות BO ו- BC ,**

**לכן: $BC=2OB$**

**מצאנו כי $B(4,0)$ , ולכן $OB=4$ ומכאן ש- $BC=8$ ו- $C(12,0)$**

**תשובה: $C(12,0)$ .**

**ג. (1) נתון כי מרובע ABCD הוא מקבילית ולכן, הצלעות הנגדיות שוות ומקביליות.**

**הצלע BC מונחת על ציר ה- $x$ ולכן הצלע AD תקביל לציר ה- $x$ , ו- $y_D=y_A=8$ .**

**אורכי צלעות אלו שווים ולכן $AD=BC=8 \rightarrow D(8,8)$**

**(2) אורך הצלע AB גדול מ- 8 כי היא יתר במשולש ישר הזווית AOB , שבו אורך הניצב AO הוא 8.**

**והיתר היא הצלע הגדולה במשולש ישר זווית.**

**לכן $AB \neq AD$ .**

**תשובה: המרובע ABCD אינו מעוין, כי יש לו צלעות סמוכות שאינן שוות זו לזו.**

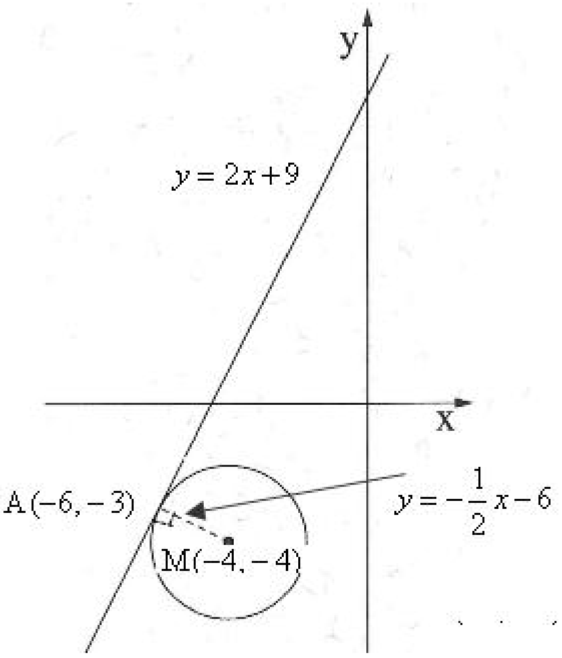
**א. הישר** $y=2x+9$ **, משיק למעגל, שמרכזו** $\mathrm{M}$ **, בנקודה** $\mathrm{A}(-6,-3)$ **.**

**הרדיוס** $\mathrm{MA}$ **מאונך למשיק בנקודת ההשקה** $\mathrm{A}$ **, כאשר שיפוע המשיק הוא** $2$ **.**

**ולכן על פי תנאי ניצבות** $2m_{\mathrm{AM}}=-1 \quad \rightarrow m_{\mathrm{AM}}=\frac{-1}{2} \quad \rightarrow m_{\mathrm{AM}}=-\frac{1}{2}$

**משוואת הרדיוס** $\mathrm{AM}$ $y-(-3)=-\frac{1}{2}(x-(-6)) \quad \rightarrow y+3=-\frac{1}{2}x-3 \quad \rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{2}x-6}$ **.**

**תשובה: משוואת הישר** $\mathrm{AM}$ **היא** $y=-\frac{1}{2}x-6$ **.**



**ב. נתון כי** $x_{\mathrm{M}}=y_{\mathrm{M}}$ **, כאשר** $\mathrm{M}$ **נמצאת על הישר** $y=-\frac{1}{2}x-6$ **.**

$$y=-\frac{1}{2}y-6$$
$$1.5y=-6 \quad /:1.5$$
$$y=-4 \qquad \rightarrow x=-4 \qquad \rightarrow \boxed{\mathrm{M}(-4,-4)}$$

**<u>הערה</u>: ניתן גם כפתרון של מערכת משוואות**

$$\begin{cases} y=x \\ y=-\frac{1}{2}x-6 \end{cases}$$

**תשובה:** $\mathrm{M}(-4,-4)$ **.**

**ג. (1) נמצא את רדיוס המעגל, באמצעות נוסחת מרחק.**

$$d_{\mathrm{AM}}=\sqrt{(-6-(-4))^2+(-3-(-4))^2}=\sqrt{5}$$

**תשובה: רדיוס המעגל הוא** $\sqrt{5}$ **.**

**(2) נציב** $\mathrm{M}(-4,-4)$ **ו-** $R=\sqrt{5}$ **במשוואת המעגל, שבנוסחאון.**

$$(x-(-4))^2+(y-(-4))^2=5$$
$$(x+4)^2+(y+4)^2=5$$

**תשובה:** $(x+4)^2+(y+4)^2=5$ **.**

**א. נתונה הפונקציה $f(x)=x+\sqrt{x}$ .**

**תחום ההגדרה: $x\ge 0$ (ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי)**

**תשובה: $x\ge 0$.**

**ב. (1) נציב את שיעורי הנקודה $(1,0)$ בתבנית הפונקציה.**

**$0=1+\sqrt{1}$ ונקבל $0=2$, כלומר ביטוי שקרי.**

**תשובה: הנקודה $(1,0)$ אינה נמצאת על גרף הפונקציה.**

**(2) בנקודת החיתוך עם ציר $y$ מתקיים $x=0$ ובהתאם $f(0)=0+\sqrt{0}=0$ ולכן $(0,0)$.**

**בנקודת החיתוך עם ציר ה- $x$ מתקיים $y=0$ .**

$$0=x+\sqrt{x}$$
$$-x=\sqrt{x}$$
$$(-x)^2=(\sqrt{x})^2$$
$$x^2=x$$
$$x^2-x=0$$
$$x(x-1)=0$$

**הפתרון $x=0$ מתקבל, וזו נקודת החיתוך $(0,0)$ שנמצאה כבר, כי היא גם חיתוך עם ציר ה- $y$ .**

**הפתרון $x=1$ נפסל, ונסביר זאת בשתי דרכים חלופיות:**

**הסבר ראשון – אם נציב $x=1$ במשוואה לפני העלתה בריבוע נקבל $-1=\sqrt{1}$ שהוא פסוק שקר.**

**הסבר חלופי – ראינו בתת סעיף ב (1) שהנקודה $(1,0)$ אינה נמצאת על גרף הפונקציה.**

**תשובה: $(0,0)$.**

**ג. (1) נראה שלפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות ( $(0,0)$ תהייה נקודות קיצון קצה).**

$$f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$0=1+\frac{2}{2\sqrt{x}} \quad /\cdot 2\sqrt{x}$$
$$0=2\sqrt{x}+2$$
$$2\sqrt{x}=-2 \quad /:2$$
$$\sqrt{x}=-1$$

**ואין פתרון למשוואה, לכן אין נקודת קיצון פנימית.**

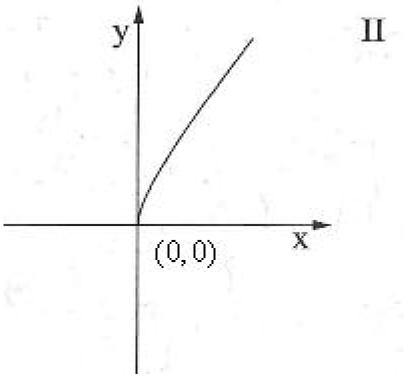
**תשובה: הוכַח.**

**(2) נשים לב שהנגזרת $f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}$ היא סכום של שני ביטויים חיוביים, עבור $x>0$ .**

**לכן, הפונקציה עולה לכל $x>0$ .**

**תשובה: הוכַח.**

**ד. הסקיצה המתאימה, לפי תחום ההגדרה $x\ge 0$ , תחום העלייה $x>0$ ,  ונקודת הקצה $(0,0)$ היא:**



**תשובה: גרף II .**

**א. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)=-x^3+x^2+x$ ואת סוגן.**

$$\boxed{f'(x)=-3x^2+2x+1}$$

$$0=-3x^2+2x+1$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm4}{-6}$$

$$x_1=-\frac{1}{3} \rightarrow (-\frac{1}{3},-\frac{5}{27}) \leftarrow y=-(-\frac{1}{3})^3+(-\frac{1}{3})^2+(-\frac{1}{3})=-\frac{5}{27}$$

$$x_2=1 \rightarrow (1,1) \leftarrow y=-1^3+1^2+1=1$$

**נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון**

$$f'(-1)=-3\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)+1<0$$

$$f'(0)=-3\cdot0^2+2\cdot0+1>0$$

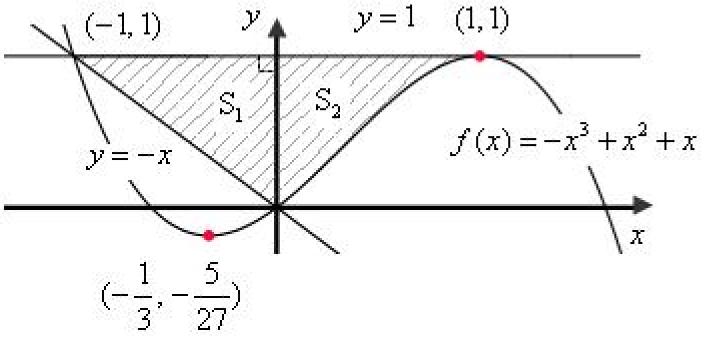
$$f'(2)=-3\cdot2^2+2\cdot2+1<0$$

| $x$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-\frac{1}{3}$ | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | **-** | $0$ | **+** | $0$ | **-** |
| **מסקנה** | ↘ | **Max** | ↗ | **Min** | ↘ |

**ב-** $x=-\frac{1}{3}$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום , ב-** $x=1$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום.**

**תשובה:** $(-\frac{1}{3},-\frac{5}{27})$ **מינימום ,** $(1,1)$ **מקסימום.**

**ב. (1) בנקודת המקסימום של הפונקציה,** $(1,1)$ , **שיפוע המשיק הוא אפס,**
**ומשוואת המשיק היא של פונקציה קבועה, בהתאם לשיעור ה-** $y$
**של הנקודה, שהוא** $1$**.**
**תשובה: משוואת המשיק היא** $y=1$ .



(2) נחלק את השטח המקווקו לשני שטחים, מימין ומשמאל לציר ה- $y$ .

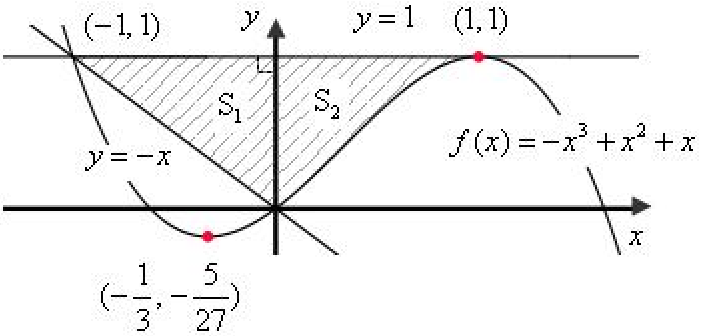
$S_1$ - השטח השמאלי הוא משולש ישר זווית.

שיעורי נקודת החיתוך בין הישר $y=1$ ו- $y=-x$ הם $(-1,1)$ .

$$S_1=\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}$$

$S_2$ - השטח הימני.

הפרש פונקציות: $1-(-x^3+x^2+x)=1+x^3-x^2-x$ .



$$S_2=\int_0^1 (1+x^3-x^2-x)\,dx$$

$$S_2=x+\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\Big]_0^1$$

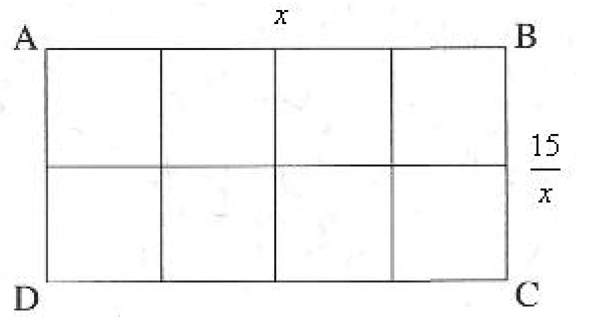
$$S_2=(1+\frac{1^4}{4}-\frac{1^3}{3}-\frac{1^2}{2})-(0+\frac{0^4}{4}-\frac{0^3}{3}-\frac{0^2}{2})$$

$$S_2=\frac{5}{12}-0$$

$$S_2=\frac{5}{12}$$

ולכן סכום השטחים הוא: $\frac{1}{2}+\frac{5}{12}=\frac{11}{12}$

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{11}{12}$ יח"ר .



א.(1) נסמן ב- $x$ את אורך המוט AB , כלומר $AB=x$ .

נתון ששטח המלבן, ממנו עשוי סורג החלון

הוא 15 מ"ר , כלומר $x\cdot BC=15$ .

נקבל שאורך המוט BC הוא .

תשובה: אורך המוט BC הוא $\frac{15}{x}$.

(2) נמצא את סכום אורכי מוטות הברזל הדרושים לייצור הסורג.

קיימים חמישה מוטות באורך BC ושלושה מוטות באורך AB ,

כלומר: $5\cdot\frac{15}{x}+3\cdot x=\frac{75}{x}+3x$.

תשובה: סכום אורכי מוטות הברזל הדרושים לייצור הסורג הוא $\frac{75}{x}+3x$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום אורכי המוטות*, כלומר $f(x)=\frac{75}{x}+3x$ .

נמצא את נקודת הקיצון.

$$\boxed{f(x)=\frac{75}{x}+3x}$$

$$f'(x)=-\frac{75}{x^2}+3$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-75+3x^2}{x^2}}$$

$$0=\frac{-75+3x^2}{x^2}$$

$$0=-75+3x^2 \quad \to 3x^2=75 \quad \to x^2=25 \quad \to x=\pm5$$

אורך המוט AB , חיובי, לכן $x=5$ .

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(4)=-75+3\cdot4^2<0, \quad f'(6)=-75+3\cdot6^2>0$$

| $x$ | 6 | 5 | 4 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| $y'$ | + | 0 | - | 🟥 |
| מסקנה | ↗ | Min | ↘ | 🟥 |

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $x=5$ , עבורו סכום אורכי מוטות הברזל יהיה מינימלי.