א. אורית קנתה שני ספרים, שמחיריהם לפני המבצע היו 108 שקלים ו- 72 שקלים.
על פי תנאי המבצע, אורית תקבל 50% הנחה על הספר הזול מבין השניים.

(1) על הספר הזול, שילמה אורית 36 שקלים $\frac{100-50}{100}\cdot 72=0.5\cdot 72=$ **.**

בסך הכול, שילמה אורית 144 שקלים $108+36=$ **.**

תשובה: אורית שילמה 144 שקלים עבור שני הספרים.

(2) ההנחה שקיבלה אורית הייתה 36 שקלים $72-36=$**.**

המחיר הכולל, לפני ההנחה, היה 180 שקלים $108+72=$ **.**

ההנחה באחוזים הייתה $\frac{36}{180}\cdot 100\%=0.2\cdot 100\%=20\%$ **.**

תשובה: ההנחה הכוללת שקיבלה אורית, על שני הספרים יחד, הייתה 20%.

ב. זאב קנה באותו מבצע שני ספרים, ושילם עבורם 165 שקלים סך הכול.
על פי תנאי המבצע, זאב יקבל 50% הנחה על הספר הזול מבין השניים.

(1) נסמן ב- x את מחירו של הספר הזול מבין השניים, לפני המבצע.

בהתאם $x+39$ הוא מחירו של הספר היקר.

על הספר הזול שילם זאב $0.5x$ שקלים $\frac{100-50}{100}\cdot x=$ **.**

המשוואה המתאימה: $0.5x+x+39=165$

$1.5x=126$

$\boxed{x=84} \quad \rightarrow \boxed{x+39=123}$

תשובה: לפני המבצע, מחיר הספר הזול היה 84 שקלים, ומחיר הספר היקר היה 123 שקלים.

(2) ההנחה שקיבל זאב הייתה 42 שקלים $84-0.5\cdot 84=$**.**

המחיר הכולל, לפני ההנחה, היה 207 שקלים $84+123=$ **.**

ההנחה באחוזים הייתה $\frac{42}{207}\cdot 100\% \sim 0.2029\cdot 100\% \sim 20.29\%$ **.**

תשובה: ההנחה הכוללת שקיבל זאב, על שני הספרים יחד, הייתה בערך 20.29%.

א. משוואת הצלע AE היא $y=-\frac{1}{2}x+5$.

הקדקוד A נמצא על ציר ה- y , ולכן $x_{A}=0$.

נציב $x=0$ במשוואת הצלע AE : $y=-\frac{1}{2}\cdot 0+5=5$, ולכן $A(0,5)$.

תשובה: $A(0,5)$.

ב. משוואת הצלע AE היא $y=-\frac{1}{2}x+5$,לכן שיפועה $m_{AE}=-\frac{1}{2}$.

$\sphericalangle AEB=90°$. לכן, על פי תנאי ניצבות: $m_{AE}\cdot m_{BE}=-1$,

ושיפוע הישר BE (הופכי לנגדי) הוא $m_{BE}=2$ $\rightarrow$ $-\frac{1}{2}\cdot m_{BE}=-1$.

נמצא את משוואת הישר OB על פי הנקודה $O(0,0)$, והשיפוע 2 .

$$y-0=2(x-0)$$

$$\boxed{y=2x}$$

תשובה: משוואת הישר OB היא $y=2x$.

ג. למציאת שיעורי הנקודה E , נפגיש את משוואות שני הישרים שנחתכים בנקודה.

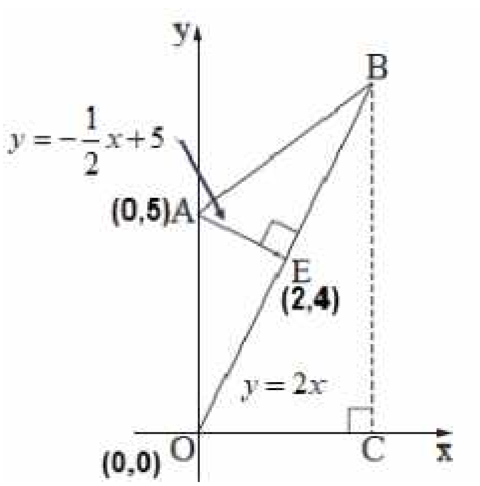
$$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+5 \\ y=2x \end{cases}$$

$$2x=-\frac{1}{2}x+5$$

$$2.5x=5 \quad /:2.5$$

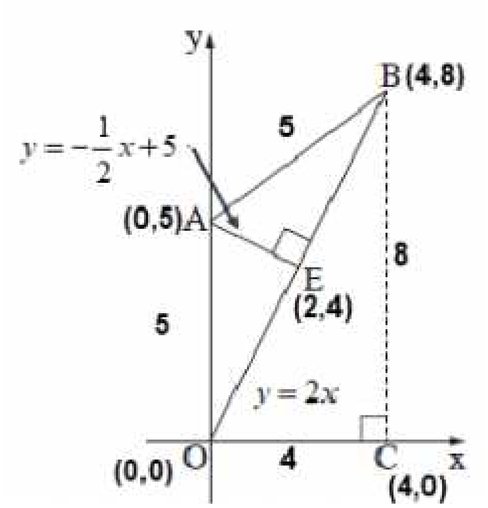
$$x=2 \quad \rightarrow y=2\cdot 2=4 \quad \rightarrow \boxed{E(2,4)}$$

תשובה: $E(2,4)$.



ד. שיעור ה - y של הקדקוד B הוא 8.

נציב $y_B = 8$ במשוואת הישר OB:



$$8 = 2x$$
$$x = 4 \quad \to B(4,8)$$

נראה ש- ΔOAB שווה שוקיים.

$$\left.\begin{array}{l} d_{AO} = y_A - y_O = 5-0 = 5 \\ d_{AB} = \sqrt{(4-0)^2+(8-5)^2} = \sqrt{25} = 5 \end{array}\right\} AO = AB = 5$$

תשובה: הוכחנו ש- ΔOAB שווה שוקיים, כאשר $AO = AB$.

ה. ABCO הוא טרפז ישר זווית. נחשב את היקפו .

$OC = 4-0 = 4$ **,** $BC = 8-0 = 0$ **.**

$P_{ABCO} = 5+5+8+4 = 22$**.**

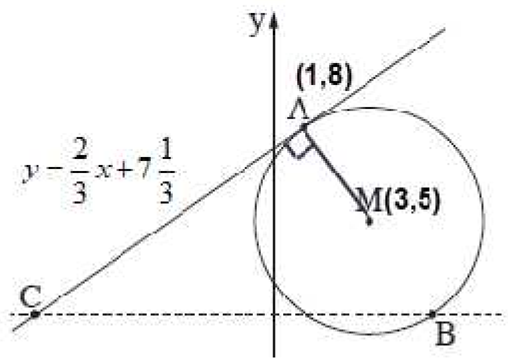
תשובה: היקף המרובע ABCO הוא 22 .

א. נתון מעגל שמרכזו בנקודה $M(3,5)$.

(1) הנקודה $A(1,8)$ נמצאת על המעגל.

נמצא את מרחקה ממרכז המעגל, את אורך הרדיוס.

$$d_{AM}=\sqrt{(1-3)^2+(8-5)^2}$$
$$d_{AM}=\sqrt{13}$$
$$\boxed{R=\sqrt{13}}$$



תשובה: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{13}$.

(2) משוואת המעגל היא $(x-3)^2+(y-5)^2=13$.

ב. (1) $m_{AM}=\frac{8-5}{1-3}=\frac{3}{-2}=-1.5$ **.**

תשובה: $m_{AM}=-1.5$ **.**

(2) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה. לכן, על פי תנאי ניצבות, $m_{mashik}\cdot m_{AM}=-1$ **.**

שיפוע המשיק (הופכי לנגדי, $m_{AM}=-1.5=-\frac{3}{2}$**) הוא** $m_{mashik}=\frac{2}{3}$ $\rightarrow$ $m_{mashik}\cdot(-1.5)=-1$ **.**

נמצא את משוואת המשיק על פי $A(1,8)$, והשיפוע $\frac{2}{3}$.

$$y-8=\frac{2}{3}(x-1)$$
$$y-8=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}$$
$$\boxed{y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}}$$

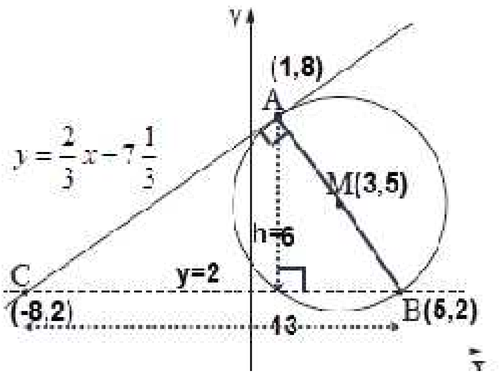
תשובה: משוואת המשיק היא $y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$.

ג. מרכז המעגל $M(3,5)$ הוא אמצע הקוטר AB , כאשר ידוע $A(1,8)$.

נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$3=\frac{1+x_B}{2} \quad /\cdot 2 \qquad\qquad 5=\frac{8+y_B}{2} \quad /\cdot 2$$
$$6=1+x_B \qquad\qquad 10=8+y_B$$
$$x_B=5 \qquad\qquad y_B=2$$

תשובה: $B(5,2)$.



ד. דרך B העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

לכן, $y_C=y_B=2$.

נציב $y_B=2$ **במשוואת המשיק** AC :

$$2=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$$
$$-\frac{16}{3}=\frac{2}{3}x \quad /:(\frac{2}{3})$$
$$x=-8 \quad \rightarrow C(-8,2)$$

נחשב את שטח המשולש ABC .

הצלע BC מקביל לציר ה-x , ולכן הגובה לצלע זו מקביל לציר ה- y .

$$d_{BC}=x_B-x_C=5-(-8)=13$$
$$h_{BC}=y_A-2=8-2=6$$
$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{13\cdot 6}{2}=39$$

תשובה: שטח המשולש ABC הוא 39 יח"ר.

4

נתונה הפונקציה $f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}$

א. תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **, כי עבור** $x=0$ **המכנה מתאפס.**

תשובה: $x\neq 0$.

ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה ואת סוגה :

$$\boxed{f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=x-\frac{8}{x^2}}$$

$$0=\frac{\overset{x^2/}{x}}{1}-\frac{\overset{1/}{8}}{x^2}\quad /\cdot x^2$$

$$0=x^3-8\quad /+8$$

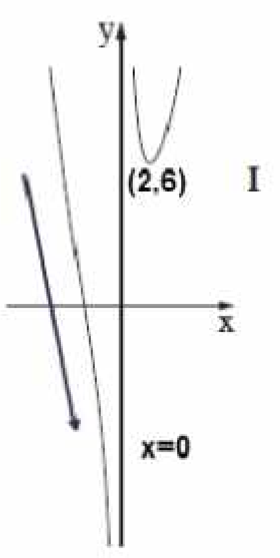
$$8=x^3$$

$$x=\sqrt[3]{8}\quad\rightarrow x=2\quad\rightarrow y=0.5\cdot 2^2+\frac{8}{2}=6\quad\rightarrow\boxed{(2,6)}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה (גם עבור הסעיפים הבאים).

$$f'(-1)=-1-\frac{8}{(-1)^2}=-9<0,\quad f'(1)=1-\frac{8}{1^2}=-7<0,\quad f'(3)=3-\frac{8}{3^2}=\frac{19}{9}>0$$

x	3	2	1	0	-0.5
y'	**+**	0	**-**	$x\neq 0$	-1
מסקנה	↗	**Min**	↘	🟥	↘



ב- $x=2$ **הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $(2,6)$ **מינימום.**

ג. ראינו ש- $f'(-1)<0$ **, ובהתאם הפונקציה יורדת בנקודה (ניתן לראות גם בטבלה).**

תשובה: $f(x)$ **יורדת בנקודה שבה** $x=-1$ **.**

ד. בגרף I **רואים את נקודת המינימום** $(2,6)$ **,**

את הירידה בתחום $x<0$ **(כולל, כמובן, בנקודה שבה** $x=-1$**),**

ואת האסימפטוטה האנכית $x=0$ **.**

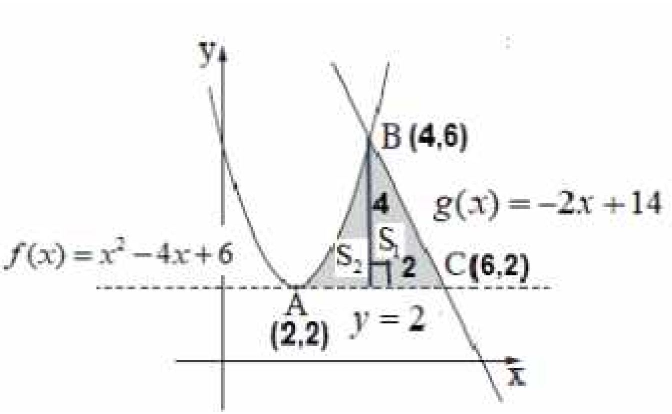
תשובה: גרף I **הוא הגרף של הפונקציה** $f(x)$ **.**

א. הנקודה A **היא נקודת מינימום של הפונקציה** $f(x)=x^2-4x+6$ **.**

$$f'(x)=2x-4$$
$$2x-4=0$$
$$2x=4 \quad /:2$$
$$x=2 \quad \rightarrow y=2^2-4\cdot 2+6=2 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{A}(2,2)}$$

תשובה: $\mathrm{A}(2,2)$ **.**

ב. הישר $y=2$ **משיק ל-** $f(x)$ **בנקודת המינימום.**



לכן, $y_{\mathrm{C}}=y_{\mathrm{A}}=2$ **.**

נציב $y_{\mathrm{C}}=2$ **במשוואת הפונקציה** $g(x)=-2x+14$ **.**

$$2=-2x+14$$
$$2x=12 \quad /:2$$
$$x=6 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{C}(6,2)}$$

תשובה: $\mathrm{C}(6,2)$ **.**

ג. נחלק את השטח המקווקו לשני שטחים, מימין ומשמאל, לאנך מ- $\mathrm{B}(4,6)$ **.**

S_1 **- השטח הימני הוא משולש ישר זווית.** $\mathrm{S}_1=\dfrac{(6-4)\cdot(6-2)}{2}=4$

S_2 **- השטח השמאלי. הפרש פונקציות:** $x^2-4x+6-2=x^2-4x+4$ **.**

$$\mathrm{S}_2=\int_2^4 (x^2-4x+4)\,dx$$
$$\mathrm{S}_2=\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+4x\Big]_2^4$$
$$\mathrm{S}_2=(\frac{4^3}{3}-\frac{4\cdot 4^2}{2}+4\cdot 4)-(\frac{2^3}{3}-\frac{4\cdot 2^2}{2}+4\cdot 2)$$
$$\mathrm{S}_2=\frac{16}{3}-\frac{8}{3}$$
$$\mathrm{S}_2=2\frac{2}{3}$$

ולכן סכום השטחים הוא: $4+2\frac{2}{3}=6\frac{2}{3}$

תשובה: גודל השטח הוא $6\frac{2}{3}$ **יח"ר .**

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *אורך הקטע* AB :

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{x}$ ושיעוריה $\mathrm{A}(x,\sqrt{x})$.

הקטע AB מקביל לציר ה- y , ולכן $x_\mathrm{B}=x_\mathrm{A}$.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $y=x$ ושיעוריה $\mathrm{B}(x,x)$.

$$\mathrm{AB}=y_\mathrm{A}-y_\mathrm{B}$$

$$\boxed{\mathrm{AB}=\sqrt{x}-x}$$

$$\boxed{\mathrm{AB}'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1}$$

$$0=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1\rightarrow 0=1-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=1\rightarrow\sqrt{x}=0.5\qquad(\;)^2$$

$$\boxed{x=0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$\mathrm{AB}'(0.2)=\frac{1}{2\sqrt{0.2}}-1=0.12>0,\;\;\mathrm{AB}'(0.3)=\frac{1}{2\sqrt{0.3}}-1=-0.09<0$$

x	0.3	0.25	0.2	0
$\mathrm{AB}'(x)$	**-**	0	**+**	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

תשובה: עבור $x=0.25$ אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

ב. נציב $x=0.25$ בפונקציית אורך הקטע: $\mathrm{AB}=\sqrt{0.25}-0.25=0.25$.

תשובה: האורך המקסימלי של הקטע AB הוא 0.25 .