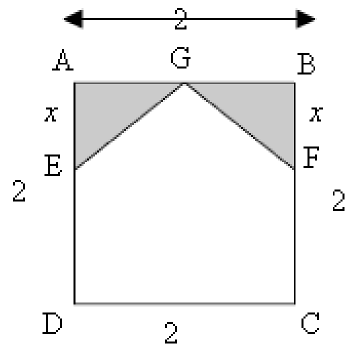


נחשב את השטח הכולל של המשולשים AGE **ו-** BGF**, שעשויים מזכוכית צבעונית**

$S = \frac{x\cdot \mathrm{AG}}{2} + \frac{x\cdot \mathrm{GB}}{2} = \frac{x}{2}(\mathrm{AG}+\mathrm{GB}) = \frac{x}{2}\cdot 2 =$ x **מ"ר**

השטח של הזכוכית הרגילה הוא, בהתאם, $2^2 - x =$ $4-x$ **מ"ר**

מטר מרובע של זכוכית צבעונית עולה 20 **₪ ולכן ההנחה של** 22% **שווה** 4.4 **₪** $\frac{22}{100}\cdot 20 =$ **למ"ר**

מטר מרובע של זכוכית רגילה עולה 10 **₪ ולכן ההנחה של** 10% **שווה** 1 **₪** $\frac{10}{100}\cdot 10 =$ **למ"ר**

סך כל ההנחה על שני סוגי הזכוכית הדרושים לבניית החלון היא 14%**, כלומר** 0.14 **מהעלות המקורית.**

המשוואה המתאימה: $4.4\cdot x + 1\cdot(4-x) = 0.14\cdot(20\cdot x + 10\cdot(4-x))$ **.**

נפתור את המשוואה

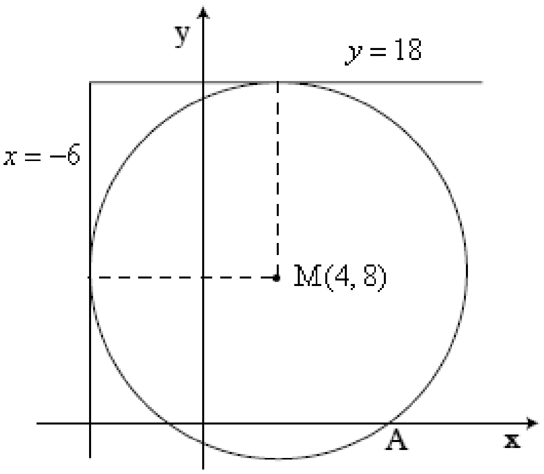
$$4.4x + 4 - x = 0.14\cdot(20x + 40 - 10x)$$
$$3.4x + 4 = 2.8x + 5.6 - 1.4x$$
$$2x = 1.6 \quad /:2$$
$$\boxed{x = 0.8}$$

תשובה: $x = 0.8$ **(האורך של** AE **הוא** 0.8 **מטר ,** 80 **ס"מ).**

א. (1) נסמן את מרכז המעגל באות M **.**

כיוון שמרכז המעגל נמצא על הישר $y=x+4$ **, הרי** $\mathrm{M}(x, x+4)$ **.**

הישרים $y=18$ **ו-** $x=-6$ **מקבילים לצירים.**



$$\mathrm{MB}=\mathrm{MC}$$
$$18-(x+4)=x-(-6)$$
$$18-x-4=x+6 \quad \to -2x=-8$$
$$x=4 \quad \to y=4+4=8 \quad \to \boxed{\mathrm{M}(4,8)}$$

ורדיוס המעגל: $18-8=10$

תשובה: רדיוס המעגל הוא 10**.**

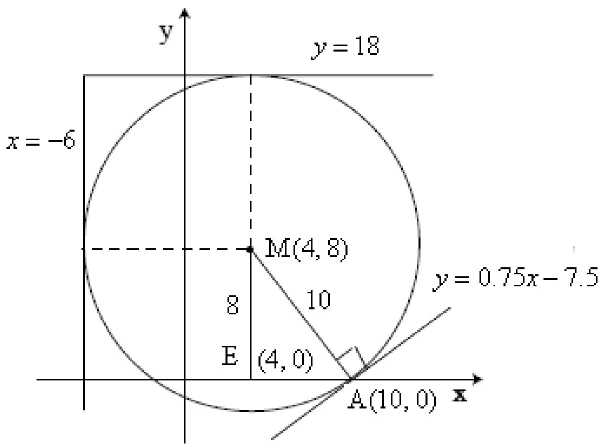
(2) מרכז המעגל $\mathrm{M}(4,8)$ **ורדיוסו** 10**.**

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-4)^2+(y-8)^2=100$ **.**

ב. נמצא את שיעורי A **, נקודת החיתוך עם ציר ה-** x **.**

שיעורי הנקודה $\mathrm{E}(4, 0)$ **, כאשר** ME **אנך לציר ה-** x **.**

על פי משפט פיתגורס במשולש MEA **:**



$$(\mathrm{AE})^2=10^2-8^2=36$$
$$\mathrm{AE}=6$$

ובהתאם שיעורי הנקודה $\mathrm{A}(10, 0)$ **.**

$$m_{\mathrm{MA}}=\frac{8-0}{4-10}=\frac{8}{-6}=-\frac{4}{3}$$

ובהתאם לתנאי ניצבות $m_1 \cdot m_2=-1$ **נקבל** $m_{mashik}=0.75$ **.**

משוואת המשיק: $y-0=0.75(x-10) \quad \to y=0.75x-7.5$

המשיק חותך את הישר $y=18$ **בנקודה** B **.**

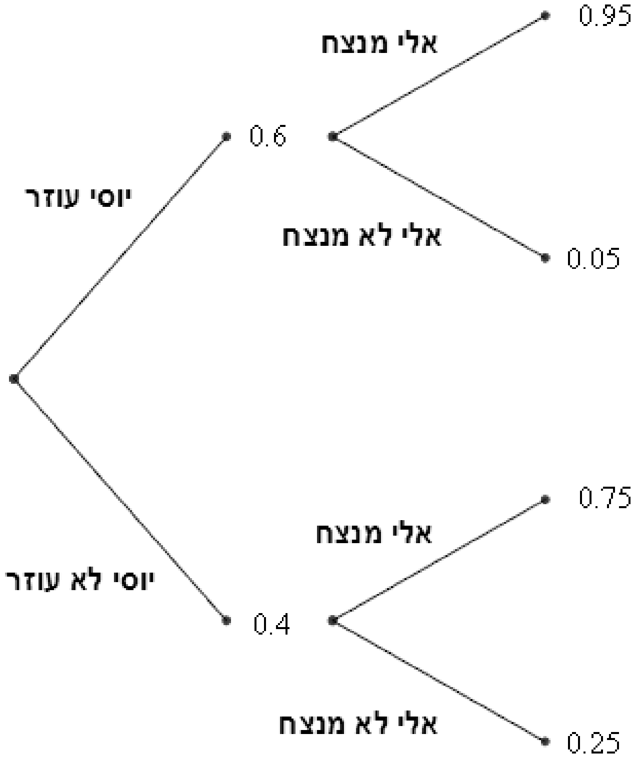
$$18=0.75x-7.5 \quad \to 25.5=0.75x \quad \to x=34 \quad \to \boxed{\mathrm{B}(34,18)}$$

המשיק חותך את הישר $x=-6$ **בנקודה** C **.**

$$y=0.75\cdot(-6)-7.5 \quad \to y=-12 \quad \to \boxed{\mathrm{C}(-6,-12)}$$

תשובה: $\mathrm{B}(34,18)$ **,** $\mathrm{C}(-6,-12)$ **.**

א. נבנה עץ אפשרויות מתאים.



נמצא מהי ההסתברות שיוסי עזר לו במשחק ידוע כי אלי הפסיד במשחק דמקה.

$$\text{P(Yossy helped / Eli lost)} = \frac{\text{P(Yossy helped} \cap \text{Eli lost)}}{\text{P(Eli lost)}}$$

$$\text{P(Yossy helped / Eli lost)} = \frac{0.6 \cdot 0.05}{0.6 \cdot 0.05 + 0.4 \cdot 0.25}$$

$$\text{P(Yossy helped / Eli lost)} = \frac{0.03}{0.13} = \frac{3}{13}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{3}{13}$.

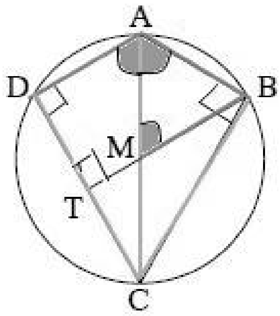
ב. אלי משחק 5 **משחקי דמקה. בשלושת המשחקים הראשונים יוסי עוזר לו, ובשני האחרונים לא.**

בשלושת המשחקים הראשונים ההסתברות היא 0.95 **ובשני האחרונים היא** 0.75.

נחשב מהי ההסתברות שאלי ינצח בכל 5 **המשחקים.**

$$\text{P(5 wins)} = 0.95^3 \cdot 0.75^2 = 0.4823$$

תשובה: ההסתברות היא 0.4823.



נתונים

1. $ABCD$ **דלתון** **2.** $BT \perp DC$ **3.** $S_{\Delta ABM} = S_{\Delta CBM}$

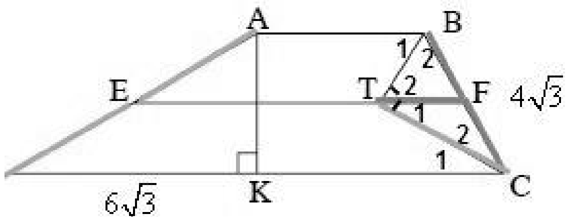
צ"ל: א. AC **קוטר במעגל ב.** ΔABM **שווה שוקיים**

ג. (1) M **מרכז המעגל (2)** $\angle BCD$

הסבר		טענה	נימוק
1	4	$ABCD$ דלתון	נתון
4	5	$\angle ABC = \angle ADC$	זוויות בסיס שוות בדלתון
	6	$\angle ABC + \angle ADC = 180°$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל $180°$
6, 5	7	$\angle ABC = \angle ADC = 90°$	חישוב
7	8	AC קוטר במעגל	נשען על זווית היקפית ישרה
		מ.ש.ל. א	
2	9	$BT \perp DC$	נתון
9, 7	10	$\angle ADC + \angle DTB = 180°$	חישוב
10	11	$AD \parallel BT$	זוויות חד צדדיות משלימות ל- $180°$
11	12	$\angle DAC = \angle AMB$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
4	13	$BC = DC$	הצלעות הסמוכות ששוות בדלתון
13	14	$\angle DAC = \angle BAC$	על מיתרים שווים נשענות זוויות היקפיות שוות (או שמשלימות ל- $180°$)
12, 14	15	$\angle BAC = \angle AMB$	כלל המעבר
15	16	ΔABM שווה שוקיים	אם שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים
		מ.ש.ל. ב	
3	17	$S_{\Delta ABM} = S_{\Delta CBM}$	נתון
17	18	$AM = MC$	לשני המשולשים גובה משותף (שאינו מצויר), לצלעות אלו – כאשר הם שווי שטח
8, 18	19	M מרכז המעגל	נמצא באמצע הקוטר
		מ.ש.ל. ג (1)	
19	20	$\angle ACB = 0.5\angle AMB$	זווית היקפית שווה לחצי הזווית המרכזית
15, 20	21	$\angle ACB = 0.5\angle BAC$	הצבה
7, 21	22	$\angle BAC + 0.5\angle BAC = 90°$	סכום זוויות חדות במשולש ישר זווית הוא $90°$
22	23	$\angle BAC = 60°$	חישוב
4, 23	24	$\angle DAB = 120°$	אלכסון ראשי חוצה זוויות הראש של הדלתון
24	25	$\angle DCB = 60°$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל $180°$

הסבר		טענה	נימוק
מ.ש.ל. ג (2)			

ע מאי 10 מועד קיץ גנוז שאלון 35806



נתונים

1. $ABCD$ **טרפז** $(AB \parallel DC)$ **2.** $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$

3. $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$ **4.** $EF \parallel AB \parallel DC$ **5.** $AK \perp KD$

6. $TC = ED$ **7.** $DK =$ $6\sqrt{3}$ **ס"מ** **8.** $BC =$ $4\sqrt{3}$ **ס"מ**

צ"ל: א. EF **קטע אמצעים בטרפז ב.** $BT \perp TC$ **ג.** $\Delta BTC \sim \Delta AKD$ **ד.** TC

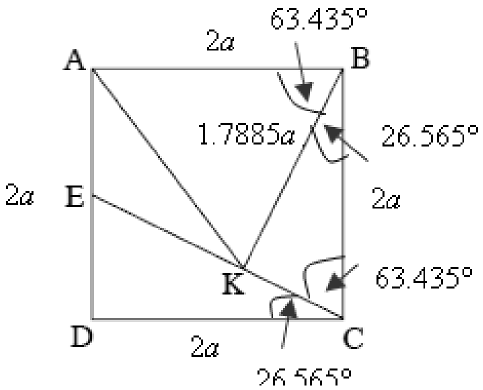
הסבר		טענה	נימוק
4	9	$EF \parallel AB \parallel DC$	נתון
2	10	$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$	נתון
8	11	$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle T_1$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
11 ,10	12	$\sphericalangle T_1 = \sphericalangle C_2$	כלל המעבר
12	13	$TF = FC$	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔTFC
3	14	$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$	נתון
9	15	$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle T_2$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
14 ,15	16	$\sphericalangle T_2 = \sphericalangle B_2$	כלל המעבר
16	17	$TF = BF$	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔTFB
17 ,13	18	$BF = CF$	כלל המעבר
1	19	$ABCD$ טרפז	נתון
9,18,19	20	EF קטע אמצעים בטרפז	יוצא מאמצע שוק ומקביל לבסיסים
		מ.ש.ל. א	
17 ,18	21	$BF = CF = TF$	כלל המעבר
21	22	$BT \perp TC$	משפט הפוך לתיכון ליתר ΔBTC
		מ.ש.ל. ב	
5	23	$AK \perp KD$	נתון
22 ,23	24	$\sphericalangle AKD = \sphericalangle BTC$ (ז)	שתיהן זוויות ישרות
20	25	$EF < DC$	קטע האמצעים בטרפז קטן מהבסיס הגדול
25	26	$ET < DC$	חלק מהקטע הקטן, קטן מהקטע הגדול
9	27	$ET \parallel DC$	חלקים מישרים מקבילים
26 ,27	28	$DETC$ טרפז	זוג צלעות אחד מקביל ולא שווה
6	29	$TC = ED$	נתון
28 ,29	30	$DETC$ טרפז שווה שוקיים	טרפז עם שוקיים שוות
30	31	$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle D$	זוויות בסיס שוות בטרפז שווה שוקיים

הסבר		טענה	נימוק
31 ,10	32	$SC_2 = SD$ (ז)	כלל המעבר
32 ,24	33	$\Delta BTC : \Delta AKD$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. ג	
33	34	$\frac{BT}{AK} = \frac{BC}{AD} = \frac{TC}{KD}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
7	35	$DK =$ ס"מ $6\sqrt{3}$	נתון
8	36	$BC =$ ס"מ $4\sqrt{3}$	נתון
34, 35, 36	37	$\frac{4\sqrt{3}}{AD} = \frac{TC}{6\sqrt{3}}$	הצבה
20	38	$AD = 2DE$	קטע אמצעים בטרפז חוצה את השוקיים
38 ,29	39	$AD = 2TC$	הצבה
37 ,39	40	$72 = 2TC^2$	הצבה וחישוב
40	41	$TC =$ ס"מ 6	חישוב
		מ.ש.ל. ד	

א. האורך של צלע הריבוע הוא $2a$ **ס"מ**

E **היא אמצע הצלע** AD**, לכן** $ED = a$ **.**

זוויות הריבוע ישרות.



$\underline{\Delta EDC}$

$$\tan\angle ECD = \frac{ED}{CD}$$

$$\tan\angle ECD = \frac{a}{2a}$$

$$\tan\angle ECD = 0.5$$

$$\angle ECD = 26.565°$$

$$\angle KCB = 90 - 26.565°$$

$$\boxed{\angle KCB = 63.435°}$$

תשובה: $\angle KCB = 63.435°$

ב. BK **הוא אנך ל-** EC

$\underline{\Delta BCK}$

$$\sin\angle KCB = \frac{BK}{BC}$$

$$\sin 63.435° = \frac{BK}{2a}$$

$$\boxed{BK = 1.7885a}$$

$$\angle CBK = 90 - 63.435° = 26.565°$$

$$\angle ABK = 90 - 26.565° = 63.435°$$

נשתמש במשפט הקוסינוסים:

$\underline{\Delta ABK}$

$$(AK)^2 = (AB)^2 + (BK)^2 - 2AB \cdot BK \cdot \cos\angle ABK$$

$$(AK)^2 = (2a)^2 + (1.7885a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 1.7885a \cdot \cos 63.435°$$

$$(AK)^2 = 4a^2 + 3.2a^2 - 3.2a^2$$

$$(AK)^2 = 4a^2$$

$$\boxed{AK = 2a}$$

תשובה: $AK = 2a$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x+\sin 2x$ **בתחום** $0\le x\le p$ **.**

נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(0)=0+\sin(2\cdot 0)=0 \quad \rightarrow (0,0)$$
$$f(p)=p+\sin(2\cdot p)=p \quad \rightarrow (p,p)$$

$$\boxed{f'(x)=1+2\cos 2x}$$
$$0=1+2\cos 2x$$
$$-2\cos 2x=1$$
$$\cos 2x=-0.5=\cos\frac{2p}{3}$$
$$2x=\frac{2p}{3}+2pk \qquad 2x=-\frac{2p}{3}+2pk$$
$$x=\frac{p}{3}+pk \qquad x=-\frac{p}{3}+pk$$

k	$x=\frac{p}{3}+pk$	$x=-\frac{p}{3}+pk$
0	$x=\frac{p}{3}$	
1		$x=\frac{2p}{3}$

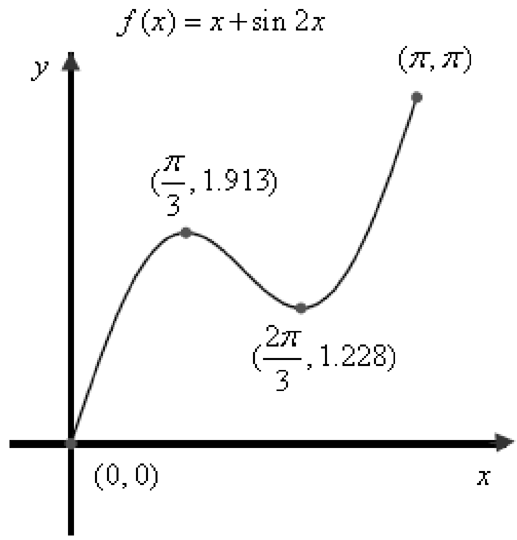
$$f(\frac{p}{3})=\frac{p}{3}+\sin(2\cdot\frac{p}{3})=1.913 \quad \rightarrow (\frac{p}{3},1.913)$$
$$f(\frac{2p}{3})=\frac{2p}{3}+\sin(2\cdot\frac{2p}{3})=1.228 \quad \rightarrow (\frac{2p}{3},1.228)$$

נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

x	0		$\frac{p}{3}$		$\frac{2p}{3}$		p
y	0		1.913		1.228		p
מסקנה	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**Max**

תשובה: $(0,0)$ **מינימום ,** $(\frac{p}{3},1.913)$ **מקסימום ,** $(\frac{2p}{3},1.228)$ **מינימום,** (p,p) **מקסימום.**

ב. הסקיצה המתאימה:



ג. $g(x)=f'(x)$

(1) $g(x)=1+2\cos 2x$

$g'(x)=-4\sin 2x$

$0=\sin 2x$

$2x=pk$

$x=\frac{p}{2}k$

ועבור $k=1$ **נקבל** $x=\frac{p}{2}$ **פתרון אפשרי יחידי פנימי בתחום** $0\le x\le p$.

(הערה: עבור $k=0$ **נקבל** $x=0$ **, ועבור** $k=2$ **נקבל** $x=2p$ **,**

אך שניהם בקצות הקטע הנתון ולא כפי שנדרש בסעיף)

$g''(x)=-8\cos 2x$

$g''(\frac{p}{2})=-8\cos(2\cdot\frac{p}{2})=8>0 \quad \to Min$

תשובה: $x=\frac{p}{2}$ **מינימום**

(2) שיפוע המשיק לפונקציה נקבע על ידי ערך הנגזרת.

לכן הערך המינימלי של שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$,

שווה לערך המינימלי של $g'(x)$ **, שעל פי הסעיף הקודם מתקבל בנקודה שבה** $x=\frac{p}{2}$.

תשובה: $x=\frac{p}{2}$

8

א. (1) לשתי הפונקציות נקודת השקה משותפת ומשיק משותף,

כלומר: $f(1) = g(1), \quad f'(1) = g'(1)$

$$f(x) = 3x^2 - 4x + c$$
$$f'(x) = 6x - 4$$
$$f'(1) = 6 \cdot 1 + 4 = 2$$
$$g(x) = -x^2 + bx$$
$$g'(x) = -2x + b$$
$$2 = -2 \cdot 1 + b \quad \rightarrow \boxed{b = 4}$$

תשובה: $b = 4$

(2) $g(1) = -1^2 + 4 \cdot 1 = 3$

$$3 = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + c$$
$$\boxed{c = 4}$$

תשובה: $c = 4$

בהתאם: $f(x) = 3x^2 - 4x + 4$ **(הפרבולה בעלת המינימום)**

$g(x) = -x^2 + 4x$ **(הפרבולה בעלת המקסימום)**

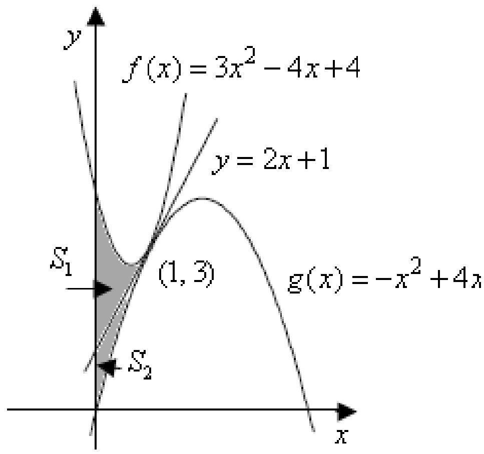
ב. נקודת ההשקה $(1,3)$ **, שיפוע המשיק** $m = f'(1) = 2$

$$y - 3 = 2(x - 1)$$
$$\boxed{y = 2x + 1}$$

תשובה: משוואת המשיק המשותף היא $y = 2x + 1$

ג. נחשב את שני השטחים ולאחר מכן את היחס ביניהם:

$$S_1 = \int_0^1 (3x^2 - 4x + 4 - (2x+1))dx$$
$$S_1 = \int_0^1 (3x^2 - 6x + 3)dx$$
$$S_1 = x^3 - 3x^2 + 3x \Big]_0^1$$
$$S_1 = (1^3 - 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1) - (0^3 - 3 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0)$$
$$\boxed{S_1 = 1}$$



$$S_2 = \int_0^1 (2x + 1 - (-x^2 + 4x))dx$$
$$S_2 = \int_0^1 (-2x + 1 + x^2)dx$$
$$S_2 = -x^2 + x + \frac{x^3}{3} \Big]_0^1$$
$$S_2 = (-1^2 + 1 + \frac{1^3}{3}) - (-0^2 + 0 + \frac{0^3}{3})$$
$$\boxed{S_2 = \frac{1}{3}}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

תשובה: $\frac{S_1}{S_2} = 3$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=ax-\sqrt{2-x^2}$ **,** a **הוא פרמטר.**

שיפוע המשיק $y=-x-\sqrt{2}$ **, עבור** $x=0$ **, הוא** -1 **, ובהתאם:** $f'(0)=-1$

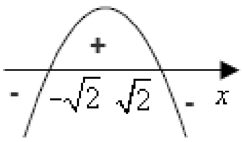
$$f'(x)=a-\frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}} \quad \to -1=a+\frac{2\cdot 0}{2\sqrt{2-0^2}}$$

$$\boxed{a=-1}$$

תשובה: $a=-1$

ב. (1) נציב $a=-1$ **ובהתאם** $\boxed{f(x)=-x-\sqrt{2-x^2}}$

ותחום ההגדרה נקבע
על פי הפרבולה ההפוכה



$$2-x^2\ge 0$$
$$2-x^2=0$$
$$x=\pm\sqrt{2}$$

תשובה: $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$

(2)

$$f'(x)=-1-\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{2-x^2}} \quad \to \boxed{f'(x)=\frac{-\sqrt{2-x^2}+x}{\sqrt{2-x^2}}}$$

$$0=-\sqrt{2-x^2}+x \quad \to \sqrt{2-x^2}=x \quad (\ )^2$$

$$2-x^2=x^2 \quad \to 2x^2=2 \quad \to x^2=1$$

$$\boxed{x=1} \quad \to \quad \sqrt{2-1^2}\overset{?}{=}1 \quad \to 1=1\ o.k.$$

$$\cancel{x=-1} \quad \to \quad \sqrt{2-(-1)^2}\overset{?}{=}-1 \quad \to 1=-1 \text{ fault}$$

תשובה: $x=1$

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה בעזרת ערכי הפונקציה.

$$f(\sqrt{2})=-\sqrt{2}-\sqrt{2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2} \quad \to (\sqrt{2},-\sqrt{2})$$

$$f(-\sqrt{2})=-(-\sqrt{2})-\sqrt{2-(-\sqrt{2})^2}=\sqrt{2} \quad \to (-\sqrt{2},\sqrt{2})$$

$$f(1)=-1-\sqrt{2-1}=-2 \quad \to (1,-2)$$

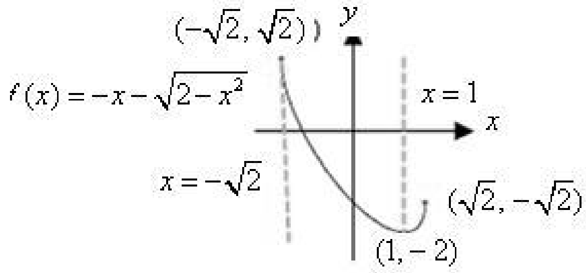
$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	x
$\sqrt{2}$	-2	$\sqrt{2}$	$f(x)$
-	0	+	$f'(x)$
↘	Min	↗	מסקנה

תשובה: $(1,-2)$ **מינימום מוחלט,** $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ **מקסימום מוחלט**

ג. הסקיצה המתאימה, כולל הישרים $x=1,\ x=-\sqrt{2}$ **עבור סעיף ד.**

ד. המרחק בין שני הישרים,
המקבילים לציר ה- y
הוא : $1-(-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}$

תשובה: המרחק הוא $1+\sqrt{2}$


$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
y
$f(x) = -x - \sqrt{2-x^2}$
$x = 1$
x
$x = -\sqrt{2}$
$(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$
$(1, -2)$