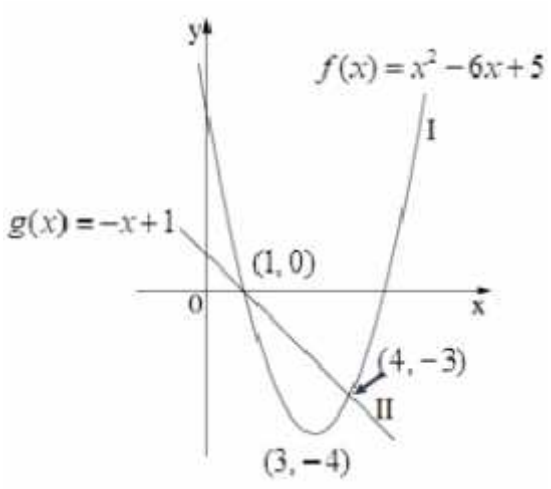
בגרות עז אוגוסט 17 מועד מיוחד שאלון 35802

א. גרף I הוא הגרף של הפונקציה $f(x)=x^2-6x+5$ כי זהו גרף של פרבולה, המתאימה לפונקציה ריבועית.

גרף II הוא הגרף של הפונקציה $g(x)=-x+1$ כי זהו גרף של ישר, המתאים לפונקציה קווית.

תשובה: גרף I הוא $f(x)=x^2-6x+5$, גרף II הוא $g(x)=-x+1$.

ב. נשווה את הפונקציות על מנת למצוא את שיעורי נקודות החיתוך בין שני הגרפים:



$$\begin{cases} y=x^2-6x+5 \\ y=-x+1 \end{cases}$$

$$x^2-6x+5=-x+1$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm3}{2}$$

$$x_1=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4 \quad \rightarrow y=-4+1=-3 \rightarrow \boxed{(4,-3)}$$

$$x_2=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad \rightarrow y=-1+1=0 \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

תשובה: $(4,-3)$, $(1,0)$.

ג. לפונקציה $f(x)=x^2-6x+5$, גרף של פרבולה מחייכת.

שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה מתקבל על ידי הנוסחה $x=-\frac{b}{2a}$.

לכן, $x=\frac{-(-6)}{2\cdot1}=3$ וה- $y=3^2-6\cdot3+5=-4$, ובהתאם $(3,-4)$.

תשובה: שיעורי הקדקוד של הפרבולה הם $(3,-4)$.

ד. הפרבולה יורדת משמאל לקדקוד, כאשר $x<3$.

תשובה: תחום הירידה של הפרבולה הוא: $x<3$.

א. השאלה מתארת סדרה חשבונית, שבה ההפרש הוא $d=-0.4$,
משום שבכל שעה הלך הספורטאי מרחק <u>הקטן</u> ב- 0.4 ק"מ מן המרחק שהלך בשעה שלפניה.
בשעה השלישית הלך הספורטאי מרחק של 5 ק"מ, לכן: $a_3=5$.

נשתמש בנוסחת האיבר הכללי $a_n=a_1+(n-1)d$ **.**

$$a_3=5$$
$$5=a_1+(3-1)\cdot d$$
$$5=a_1+2\cdot(-0.4)$$
$$5=a_1-0.8$$
$$\boxed{a_1=5.8}$$

תשובה: המרחק שהלך הספורטאי בשעה הראשונה הוא 5.8 ק"מ ($a_1=5.8$).

ב. נחשב את המרחק שהלך הספורטאי במשך 6 שעות.

נשתמש בנוסחת הסכום $S_n=\frac{n\left[2a_1+d\cdot(n-1)\right]}{2}$ **.**

$$S_6=\frac{6\left[2\cdot5.8-0.4\cdot(6-1)\right]}{2}$$
$$S_6=\frac{6\cdot(11.6-0.4\cdot5)}{2}$$
$$S_6=\frac{6\cdot(11.6-2)}{2}$$
$$S_6=\frac{6\cdot9.6}{2}$$
$$\boxed{S_6=28.8}$$

תשובה: המרחק שהלך הספורטאי במשך 6 שעות הוא 28.8 ק"מ.

א. נחשב בכמה אחוזים גדֵלה המשכורת של דותן בכל שנה.

ביום חתימת ההסכם הייתה המשכורת של דותן $9,000$ **שקלים בחודש.**

כעבור 2 **שנים הייתה המשכורת של דותן** $10,112.4$ **שקלים בחודש.**

M_t	M_0	q	t
$10,112.4$	$9,000$	**?**	2

$$10112.4 = 9000 \cdot q^2 \quad /:9000$$
$$1.1236 = q^2$$
$$q = \sqrt[2]{1.1236}$$
$$\boxed{q = 1.06}$$

$$1.06 = \frac{100 + P}{100} \quad /\cdot 100$$
$$106 = 100 + P \quad /-100$$
$$\boxed{P = 6\%}$$

תשובה: המשכורת של דותן גדֵלה ב- 6% **בכל שנה.**

ב. המשכורת של שגיב, ביום חתימת ההסכם, הייתה $6,300$ **שקלים בחודש.**

משכורתו גדלה בכל שנה ב- 10%**.**

(1) נמצא מה תהייה המשכורת של שגיב, כעבור שנתיים מחתימת ההסכם.

$$q = \frac{100+10}{100}$$
$$q = \frac{110}{100}$$
$$\boxed{q = 1.1}$$

M_t	M_0	q	t
?	$6,300$	1.1	2

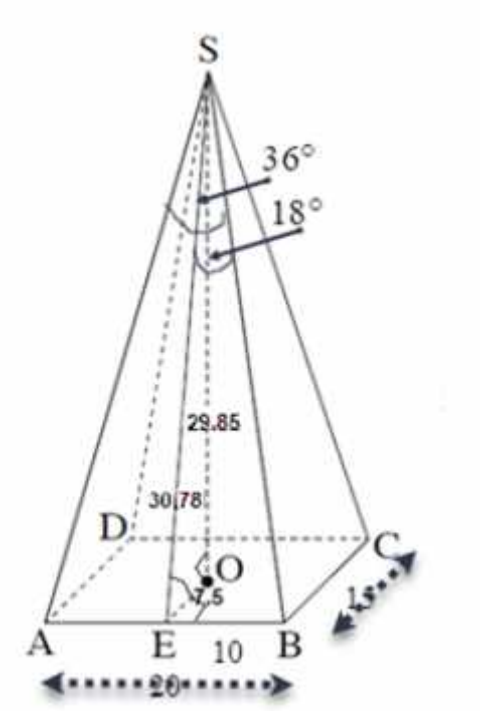
$$M_2 = 6300 \cdot 1.01^2$$
$$\boxed{M_2 = 7623}$$

תשובה: המשכורת של שגיב, כעבור שנתיים מחתימת ההסכם, תהיה $7,623$ **שקלים.**

(2) נמצא כעבור כמה שנים מחתימת ההסכם, תהיה המשכורת של שגיב $8,385.3$ **שקלים.**

$$M_1 = 6300 \cdot 1.1^1 = 6930$$
$$M_2 = 6300 \cdot 1.1^2 = 7623$$
$$M_3 = 6300 \cdot 1.1^3 = 8385.3 \quad o.k.$$

תשובה: כעבור 3 **שנים, מחתימת ההסכם, תהיה המשכורת של שגיב** $8,385.3$ **שקלים.**



א. נמצא את האורך של SE**, גובה הפאה** SAB**.**

SE **הוא גם תיכון וגם חוצה** $\sphericalangle ASB$ **בפאה זו, ולכן:**

$$BE=\frac{AB}{2}=\frac{20}{2}=10 \text{ ס"מ}.$$

$$\sphericalangle BSE=\frac{36^\circ}{2}=18^\circ .$$

$$\underline{\Delta SBE}$$

$$\tan 18^\circ=\frac{10}{SE}$$

$$SE=\frac{10}{\tan 18^\circ}$$

$$SE=30.78 \text{ ס"מ}$$

תשובה: הגובה הוא 30.78 **ס"מ** $SE=$ **.**

ב. נמצא את גובה הפירמידה, SO**, באמצעות משפט פיתגורס.**

בסיס הפירמידה הוא מלבן, O **היא נקודת מפגש האלכסונים.**

$$EO=\frac{BC}{2}=\frac{15}{2}=7.5 \text{ ס"מ}$$

$$\underline{\Delta SEO}$$

$$(SO)^2+(EO)^2=(SE)^2$$

$$(SO)^2+7.5^2=30.78^2$$

$$(SO)^2=891.16$$

$$SO=29.85 \text{ ס"מ}$$

תשובה: גובה הפירמידה הוא 29.85 **ס"מ** $SO=$ **.**

ג. נמצא את גודל הזווית שבין SE **ובין בסיס הפירמידה, את** $\sphericalangle SEO$**.**

$$\underline{\Delta SEO}$$

$$\cos\sphericalangle SEO=\frac{EO}{SE}$$

$$\cos\sphericalangle SEO=\frac{7.5}{30.78}$$

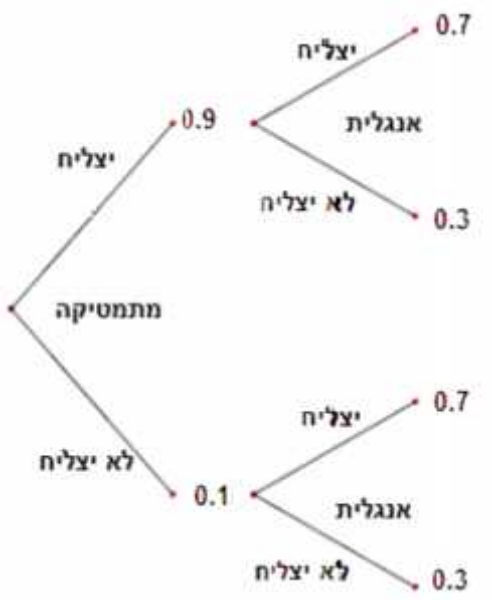
$$\boxed{\sphericalangle SEO=75.9^\circ}$$

תשובה: גודל הזווית שבין SE **לבין בסיס הפירמידה הוא** 75.9° **.**

א. ההסתברות שהתלמיד יצליח במבחן במתמטיקה היא 0.9**, ולכן ההסתברות שלא יצליח היא** 0.1 **.**

ההסתברות שהתלמיד יצליח במבחן באנגלית היא 0.7**, ולכן ההסתברות שלא יצליח היא** 0.3 **.**

נציג את עץ ההסתברויות המתאים:



ההסתברות שהתלמיד יצליח בשני המבחנים היא:

$$P = 0.9 \cdot 0.7 = 0.63$$

תשובה: ההסתברות היא 0.63**.**

ב. ההסתברות שהתלמיד יצליח בדיוק במבחן אחד היא:

$$P = 0.9 \cdot 0.3 \quad + \quad 0.1 \cdot 0.7 \quad = 0.34$$

תשובה: ההסתברות היא 0.34**.**

ג. ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות במבחן אחד היא:

$$P = 0.1 \cdot 0.7 \quad + \quad 0.9 \cdot 0.3 \quad + \quad 0.9 \cdot 0.7 = 0.97$$

דרך אחרת לפתרון היא על ידי המאורע המשלים של אי-הצלחה בשני המבחנים:

$$P = 1 - 0.1 \cdot 0.3 = 1 - 0.03 = 0.97$$

תשובה: ההסתברות היא 0.97 .

א. נתון ש- 16% **מהפרות מניבות פחות מ-** 24 **ליטר ביום.**

נחשב משמאל לימין את האחוז המצטבר, עד שנקבל $0.5\%+1.5\%+5\%+9\%=16\%$**.**

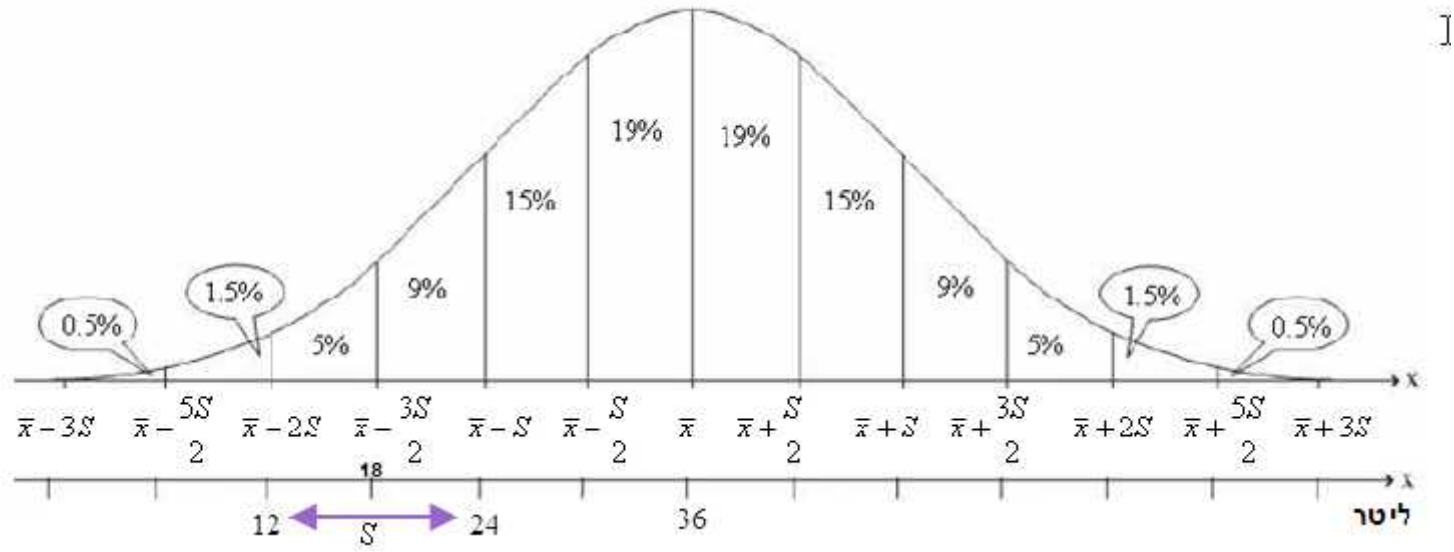
לכן, תנובה של 24 **ליטר נמצאת במרחק של סטיית תקן אחת מתחת לממוצע.**

נתון ש- 2% **מהפרות מניבות פחות מ-** 12 **ליטר ביום.**

נחשב משמאל לימין את האחוז המצטבר, עד שנקבל $0.5\%+1.5\%=2\%$**.**

לכן, תנובה של 12 **ליטר נמצאת במרחק של שתי סטיות תקן מתחת לממוצע.**

<u>נסכם</u>: 12 **ליטר במרחק שתי סטיות תקן מתחת לממוצע, ו-** 24 **ליטר במרחק סטיית תקן אחת מתחת.**



על סמך שני נתונים אלה, נקבל שסטיית תקן אחת היא בת 12 **ליטר** $24-12=12$ **.**

כיוון ש- $S=12$**, הרי ש** $\bar{x}-12=24 \rightarrow \bar{x}=36$**.**

תשובה: סטיית התקן של תנובת החלב היא 12 **ליטר והממוצע הוא** 36 **ליטר.**

ב. על פי הסעיף הקודם: $s=12$ **, ולכן** $\frac{s}{2}=\frac{12}{2}=6$ **, ותנובה של** 18 **ליטר נמצאת כפי שסימנו בפעמון.**

פחות מתנובה זו יש $0.5\%+1.5\%+5\%=7\%$ **מהנתונים,**

ולכן אחוז הפרות שמניבות יותר מ- 18 **ליטר הוא** $100\%-7\%=93\%$ **.**

תשובה: 93% **מהפרות מניבות יותר מ-** 18 **ליטר ביום.**