א. x - מחיר קנייה של בקבוק יין (שקלים).

(1) הסוחר קנה 20 בקבוקים, במחיר x שקלים לבקבוק, לכן התשלום הכולל הוא $20x$.

תשובה: התשלום עבור 20 בקבוקי היין בהזמנה הראשונה היה $20x$.

(2) בהזמנה השנייה הסוחר קיבל הנחה של 20% לכל בקבוק.

מחיר כל בקבוק, לאחר ההנחה, הוא $\frac{100-20}{100}\cdot x = 0.8x$.

תשובה: המחיר של בקבוק יין אחד בהזמנה השנייה, לאחר ההנחה, היה $0.8x$.

ב. בהזמנה השנייה הסוחר קנה $20+10=30$ בקבוקי יין, לכן התשלום הכולל היה: $30\cdot 0.8x = 24x$.

הסכום ששילם בהזמנה השנייה היה גבוה ב- 200 שקלים מן הסכום ששילם בהזמנה הראשונה.

המשוואה המתאימה: $20x+200=24x$

נפתור את המשוואה:

$$20x+200=24x$$
$$-4x=-200 \quad /:(-4)$$
$$\boxed{x=50}$$

תשובה: המחיר של בקבוק יין אחד בהזמנה הראשונה היה 50 שקלים.

ג. בהזמנה השלישית הזמין הסוחר 40 בקבוקים.

הסכום ששילם בהזמנה השלישית היה אותו סכום ששילם עבור כל בקבוקי היין בהזמנה הראשונה.

הסכום ששילם בהזמנה הראשונה היה 1000 שקלים $= 20\cdot 50$.

בהתאם המחיר ששילם, לבקבוק יין אחד בהזמנה השלישית, היה 25 שקלים $= 1000:40$.

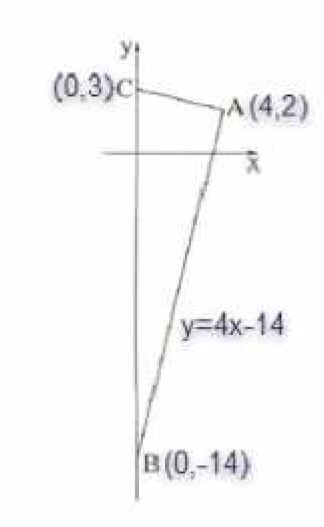
תשובה: המחיר של בקבוק אחד בהזמנה השלישית היה 25 שקלים.

א. **משוואת הצלע** AB **היא** $y=4x-14$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **, מתקיים** $x=0$ **,** $y=4\cdot 0-14=-14 \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(0,-14)}$

$x_{\mathrm{A}}=4$ **ובהתאם** $y=4\cdot 4-14=2 \rightarrow \boxed{\mathrm{A}(4,2)}$ **.**

תשובה: $\mathrm{B}(0,-14)$ **,** $\mathrm{A}(4,2)$ **.**



ב. $x_{\mathrm{C}}=0$ **, כאשר** $\mathrm{BC}=17$ **, ולכן** $y_{\mathrm{C}}=y_{\mathrm{B}}+17=-14+17=3$ **ו-** $\boxed{\mathrm{C}(0,3)}$ **.**

תשובה: $\mathrm{C}(0,3)$ **.**

ג. $m_{\mathrm{AC}}=\frac{3-2}{0-4}=\frac{1}{-4}=-\frac{1}{4}$ **.**

$m_{\mathrm{AB}}=4$ **, על פי משוואת הישר.**

ולכן השיפוע של הצלע AB **הופכי לנגדי לזה של הצלע** AC **,**

ובהתאם $\sphericalangle \mathrm{A}=90^\circ$ **.**

או $m_{\mathrm{AC}}\cdot m_{\mathrm{AB}}=-1$ **, ולכן** $\sphericalangle \mathrm{A}=90^\circ$ **על פי תנאי ניצבות.**

תשובה: $\sphericalangle \mathrm{A}=90^\circ$ **ו-** $\Delta\mathrm{ABC}$ **הוא משולש ישר זווית.**

ד. **על פי נוסחת שטח משולש ישר זווית,** $S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}}{2}$ **.**

$$d_{\mathrm{AC}}=\sqrt{(4-0)^2+(2-3)^2}=\sqrt{17}$$

$$d_{\mathrm{AB}}=\sqrt{(4-0)^2+(2-(-14))^2}=\sqrt{272}$$

ולכן $S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\sqrt{17}\cdot\sqrt{272}}{2}=34$ **(או** $S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{BC}\cdot \mathrm{x_A}}{2}=\frac{17\cdot 4}{2}=34$ **) .**

תשובה: שטח משולש ABC **הוא** 34**.**

ה. נמצא את שיעורי הנקודה M, אמצע הצלע AB.

$x=\frac{4+0}{2}=\frac{4}{2}=2,\quad y=\frac{2+(-14)}{2}=\frac{-12}{2}=-6$ **ולכן** $M(2,-6)$ **.**

נמצא את שיפוע התיכון לצלע AB, בעזרת הנקודות $C(0,3)$ ו- $M(2,-6)$:

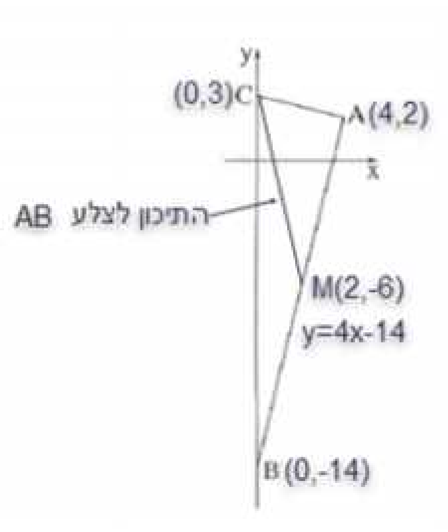
$$m_{\mathrm{CM}}=\frac{3-(-6)}{0-2}=\frac{9}{-2}=-4.5\,.$$

נמצא את משוואת הישר CM, בעזרת הנקודה $C(0,3)$, והשיפוע $m_{\mathrm{CM}}=-4.5$.

$$y-3=-4.5(x-0)$$

$$\boxed{y=-4.5x+3}$$

תשובה: משוואת התיכון לצלע AB היא $y=-4.5x+3$.



א. הישר $y=-\frac{1}{2}x+8$, חותך את ציר ה- x בנקודה A , ולכן $y_A=0$.

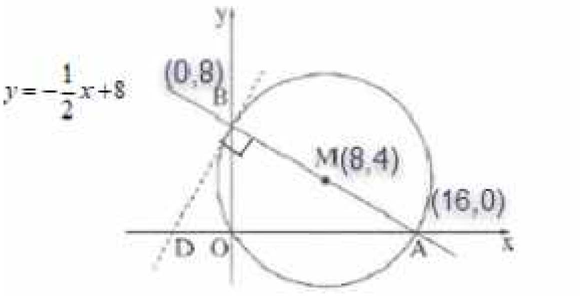
$$0=-\frac{1}{2}x+8$$
$$\frac{1}{2}x=8 \quad /:\frac{1}{2}$$
$$x=16 \quad \rightarrow \boxed{A(16,0)}$$

הישר $y=-\frac{1}{2}x+8$, חותך את ציר ה- y בנקודה B , ולכן $x_B=0$.

$$y=-\frac{1}{2}\cdot 0+8=8 \quad \rightarrow \boxed{B(0,8)}$$.

תשובה: $A(16,0)$ **,** $B(0,8)$ **.**

ב. (1) מרכז המעגל M הוא אמצע הקוטר AB .



נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{0+16}{2}=\frac{16}{2}=8 \\ y_M &= \frac{8+0}{2}=\frac{8}{2}=4 \end{aligned}\right\} \boxed{M(8,4)}$$

תשובה: $M(8,4)$ **.**

(2) הנקודה $A(16,0)$ נמצאת על המעגל.

נמצא את מרחקה ממרכז המעגל, את אורך הרדיוס.

$$d_{AM}=\sqrt{(8-16)^2+(4-0)^2}$$
$$d_{AM}=\sqrt{80}$$
$$R=\sqrt{80}$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-8)^2+(y-4)^2=80$ **.**

ג. (1) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה. לכן, על פי תנאי ניצבות, $m_{\text{mashik}} \cdot m_{\text{AB}} = -1$.

שיפוע המשיק (הופכי לנגדי, $m_{\text{AB}} = -\frac{1}{2}$) הוא $m_{\text{mashik}} \cdot (-\frac{1}{2}) = -1 \quad \rightarrow m_{\text{mashik}} = 2$.

נמצא את משוואת המשיק על פי $\text{B}(0,8)$, והשיפוע 2 .

$$y-8=2(x-0)$$

$$\boxed{y=2x+8}$$

תשובה: משוואת הישר, המשיק למעגל בנקודה $\text{B}(0,8)$, היא $y=2x+8$.

(2) הישר $y=2x+8$, חותך את ציר ה- x בנקודה D , ולכן $y_{\text{D}}=0$.

$$0=2x+8$$

$$-2x=8 \quad /:(-2)$$

$$x=-4 \quad \rightarrow \text{D}(-4,0)$$

נחשב את שטח המשולש OMD .

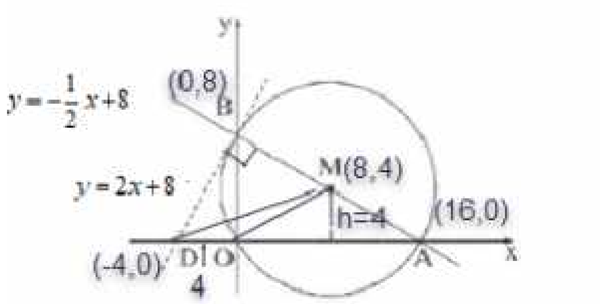
הצלע OD מונחת על ציר ה- x , ולכן הגובה לצלע זו מאונך לציר ה- x .

$$d_{\text{OD}} = x_{\text{O}} - x_{\text{D}} = 0-(-4) = 4$$

$$h_{\text{OD}} = y_{\text{M}} - 0 = 4-0 = 4$$

$$S_{\Delta\text{OMD}} = \frac{\text{OD}\cdot h}{2} = \frac{4\cdot 4}{2} = 8$$

תשובה: שטח המשולש OMD הוא 8 יח"ר.



א. בציור נתון גרף הפונקציה $f(x)=4\sqrt{x}+6$.

תחום ההגדרה הוא $x\geq 0$ כי הביטוי שבתוך השורש אינו יכול להיות שלילי.

תשובה: תחום הגדרה הוא $x\geq 0$.

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y מתקיים $x=0$.

$$f(0)=4\sqrt{0}+6=6 \quad \rightarrow (0,6)$$

תשובה: נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y היא $(0,6)$.

ג. נגזור ונראה שאין לפונקציה נקודות קיצון פנימיות.

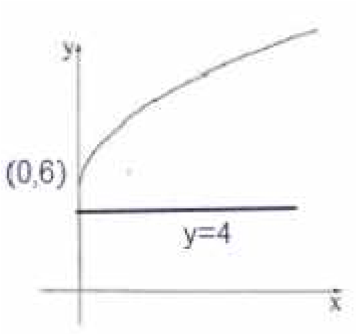
נשים לב, שעל פי גרף הפונקציה הנתון, הנקודה $(0,6)$ היא נקודת קצה (מינימום).

$$f'(x)=\frac{4}{2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}}=0 \quad /\cdot\sqrt{x}$$

$$2=0$$



מכאן שהנגזרת אינה מתאפסת, ואין נקודת קיצון פנימית.

תשובה: הוכַח.

ד. כפי שהוסבר, על פי גרף הפונקציה הנתון, הנקודה $(0,3)$ היא נקודת קצה (מינימום).

כיוון שלפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות, הרי שעל פי הגרף הנתון הפונקציה עולה לכל $x>0$.

ניתן גם להציב, לדוגמה $x=1$, ולראות שערך הנגזרת הוא 1, כלומר חיובי,

ומכאן שהפונקציה עולה לכל $x>0$.

לכן, הערך המינימלי של הפונקציה הוא 6, והוא מתקבל בנקודת הקצה,

והישר $y=4$ אינו חותך את גרף הפונקציה (ראו סימון הישר בסקיצה).

תשובה: הישר $y=4$ אינו חותך את גרף הפונקציה.

5

א. הפרבולה $y=-x^2+x+2$ **חותכת את ציר ה-** x , **בנקודות** A **ו-** B **.**

נציב $y=0$ **במשוואת הפרבולה.**

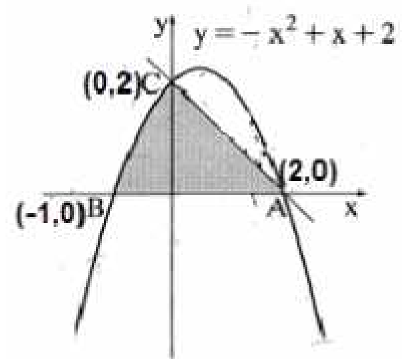
$$-x^2+x+2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 2}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{-2}$$

$$x_1=\frac{-1+3}{-2}=\frac{2}{-2}=-1 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(-1,0)}$$

$$x_2=\frac{-1-3}{-2}=\frac{-3}{-2}=2 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{A}(2,0)}$$



בנקודה C **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** C(0,2) **.**

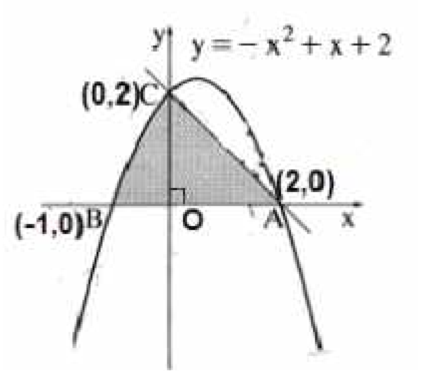
תשובה: A(2,0) **,** B(−1,0) **,** C(0,2) **.**

ב. נחלק את השטח המבוקש לשני חלקים.

מימין משולש ישר זווית, ומשמאל שטח שבין הפרבולה לציר ה- x .

שטח המשולש ישר הזווית: $S_{\Delta \mathrm{AOC}}=\frac{\mathrm{AO}\cdot\mathrm{CO}}{2}=\frac{2\cdot 2}{2}=2$

משמאל:



$$\mathrm{S}=\int_{-1}^{0}(-x^2+x+2)\,dx$$

$$\mathrm{S}=-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\,\Big]_{-1}^{0}$$

$$\mathrm{S}=(-\frac{0^3}{3}+\frac{0^2}{2}+2\cdot 0)-(-\frac{(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}+2\cdot(-1))$$

$$\mathrm{S}=0-(-1\frac{1}{6})$$

$$\boxed{\mathrm{S}=1\frac{1}{6}}$$

וגודל השטח כולו הוא: $2+1\frac{1}{6}=3\frac{1}{6}$ **.**

תשובה: גודל השטח הוא $3\frac{1}{6}$ **יח"ר.**

א. (1) נתון שטח $\Delta\text{ABC} =$ 18 **סמ"ר** .

נסמן $\text{AD} = x$ **.**

$$S_{\Delta\text{ABC}} = \frac{\text{BC}\cdot\text{AD}}{2}$$

$$18 = \frac{\text{BC}\cdot x}{2} \quad /\cdot 2$$

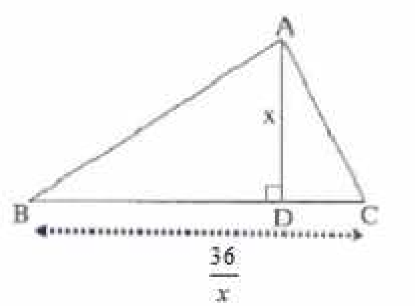
$$36 = \text{BC}\cdot x \quad /:x$$

$$\frac{36}{x} = \text{BC}$$

תשובה: $\text{BC} = \frac{36}{x}$ **.**

(2) תשובה: $\text{AD} + \text{BC} = x + \frac{36}{x}$ **.**

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא הסכום $\text{AD} + \text{BC}$ **.**



כלומר, $f(x) = x + \frac{36}{x}$ **.**

נמצא נקודת קיצון.

$$\boxed{f\,'(x) = 1 - \frac{36}{x^2}}$$

$$0 = 1 - \frac{36}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$$0 = x^2 - 36$$

$$36 = x^2$$

$$\boxed{x = 6} \quad \leftarrow x > 0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (תחום הגדרה $x > 0$ **).**

$$f\,'(5) = 1 - \frac{36}{5^2} < 0, \quad f\,'(7) = 1 - \frac{36}{7^2} > 0$$

x	7	6	5	0
y'	**+**	0	**-**	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

תשובה: $x = 6$ **, עבורו הסכום** $\text{AD} + \text{BC}$ **הוא מינימלי.**