א. (1) נסמן ב- x את הכמות (מ"ק) שהפועלים היו אמורים לכרות ביום, על פי התכנון.

		כמות (מ"ק) (הספק)	זמן (ימים)	כמות כוללת (מ"ק) (עבודה)
תכנון		x	$\frac{216}{x}$	216
בפועל	**שלושה ימים**	x	3	$3x$
	בשאר הימים	$x+8$	$\frac{232-3x}{x+8}$	$232-3x$

הפועלים עבדו בפועל יום אחד פחות ממספר הימים המתוכנן.

נפתור את המשוואה המתאימה .

$$\frac{232-3x}{x+8}+3+1=\frac{216}{x}$$

$$\frac{232-3x}{x+8}+4=\frac{216}{x} \quad / \cdot x(x+8)$$

$$x(232-3x)+4x(x+8)=216(x+8)$$

$$x^2+48x-1728$$

$$\boxed{x=24} \quad \cancel{x=-72} \quad \leftarrow x>0$$

תשובה: הפועלים היו אמורים לכרות 24 מ"ק עץ ביום, על-פי התכנון.

(2) התכנון היה לעבוד במשך 9 ימים $=\frac{216}{24}$, אולם בפועל עבדו יום אחד פחות.

תשובה: הפועלים עבדו 8 ימים בפועל.

ב. נבדוק, במהלך איזה יום סיימו הפועלים לכרות 144 מ"ק $=\frac{2}{3}\cdot 216$ עץ.

בשלושה ימים, כרתו הפועלים 72 מ"ק $=3\cdot 24$ עץ.

לאחר מכן, המשיכו 2.25 ימים $=\frac{72}{32}=\frac{144-72}{32}$ עד שכרתו 144 מ"ק עץ, כלומר במהלך היום השישי.

תשובה: במהלך היום השישי סיימו הפועלים לכרות $\frac{2}{3}$ מן הכמות המתוכננת.

ג. (1) בקבוצה של $2m$ פועלים, יש m פועלים מנוסים ו- m פועלים מתלמדים.

ההספק היומי של כל הפועלים המנוסים הוא ההספק היומי המתוכנן, שהוא 24 מ"ק עץ.

מכאן, שהספקו של כל אחד מהם הוא $\frac{24}{m}$ מ"ק עץ.

ההספק היומי של כל פועל מתלמד קטן ב- 1 מ"ק עץ, מזה של פועל מנוסה.

מכאן, שהספקו של כל אחד מהפועלים המתלמדים הוא $\frac{24-m}{m} = \frac{24}{m} - 1$ מ"ק עץ.

תשובה: ההספק היומי של פועל מנוסה הוא $\frac{24}{m}$ מ"ק עץ, ושל כל פועל מתלמד הוא $\frac{24-m}{m}$ מ"ק עץ.

(2) הפועלים כרתו 336 מ"ק עץ במשך 8 ימים.

נפתור את המשוואה המתאימה .

$$8m \cdot \frac{24-m}{m} + 8m \cdot \frac{24}{m} = 336$$
$$8(24-m) + 192 = 336$$
$$8(24-m) = 144$$
$$24 - m = 18$$
$$m = 6 \quad \rightarrow \boxed{2m = 12}$$

תשובה: בקבוצה החדשה יש 12 פועלים.

א. (1) בסדרה חשבונית יש $2n+3$ **איברים, מספר אי-זוגי של איברים.**

$a_1, ... a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}, ... a_{2n+3}$ **, ולכן** a_{n+2} **הוא האיבר האמצעי בסדרה.**

סכום הסדרה גדול פי 43 **מהאיבר האמצעי (ששונה מאפס).**

בסדרה חשבונית, שבה מספר אי-זוגי של איברים,

שווה סכומה למכפלת האיבר האמצעי במספר האיברים.

כי, $a_1, ... a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}, ... a_{2n+3}$
$a_1, ...a_{n+2}-2d, a_{n+2}-d, a_{n+2}, a_{n+2}+d, a_{n+2}+2d ... a_{2n+3}$ **, וכן הלאה.**

לכן, $S_{2n+3}=(2n+3)a_{n+2}$ **, וזה מה שהתבקשנו להוכיח.**

דרך חלופית:

$$S_{2n+3}=\frac{(2n+3)\left[2a_1+d(2n+3-1)\right]}{2}$$

$$S_{2n+3}=\frac{(2n+3)\left[2a_1+d(2n+2)\right]}{2}$$

$$S_{2n+3}=(2n+3)\left[a_1+d(n+1)\right]$$

$$\boxed{S_{2n+3}=(2n+3)\cdot a_{n+2}}$$

תשובה: הוּכַח.

(2)

$$S_{2n+3}=43a_{n+2}$$

$$(2n+3)a_{n+2}=43a_{n+2} \quad /:a_{n+2}\neq 0$$

$$\boxed{2n+3=43}$$

תשובה: בסדרה 43 **איברים.**

ב. (1) ידוע כי בסדרה הנתונה סכום האיברים במקומות האי-זוגיים (22 **איברים),**

גדול ב- 40 **מסכום האיברים במקומות הזוגיים (**21 **איברים).**

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים שווה ל- $22a_{22}$ **,**

וסכום האיברים במקומות הזוגיים שווה ל- $21a_{22}$ **, (הכול, בהתאם להסבר שהובא בסעיף א).**

$$S_{22odd}=S_{21even}+40$$

$$22a_{22}=21a_{22}+40$$

$$\boxed{a_{22}=40}$$

דרך אחרת לפתור תת סעיף זה (הדרך השמרנית):

	האיברים במקומות הזוגיים	האיברים במקומות האי-זוגיים
A_1	$a_2 = a_1 + d$	a_1
D	$a_{n+2} - a_n = a_n + 2d - a_n = 2d$	$2d$
N	22	21

$$S_{22odd} = S_{21even} + 40$$
$$\frac{22\left[2a_1 + 2d(22-1)\right]}{2} = \frac{21\left[2(a_1+d) + 2d(21-1)\right]}{2} + 40$$
$$22(a_1 + 21d) = 21(a_1 + d + 20d) + 40$$
$$22(a_1 + 21d) = 21(a_1 + 21d) + 40$$
$$a_1 + 21d = 40$$
$$\boxed{a_{22} = 40}$$

תשובה: האיבר האמצעי הוא $a_{22} = 40$ **.**

(2) נמצא את סכום הסדרה.

$$S_{43} = 43a_{22}$$
$$S_{43} = 43 \cdot 40$$
$$\boxed{S_{43} = 1720}$$

תשובה: סכום הסדרה הוא 1720**.**

ג. נתון כי הפרש הסדרה הנתונה הוא $-a_1$ **.**

$$a_{22} = 40$$
$$a_1 + 21d = 40$$
$$-d + 21d = 40 \quad \leftarrow a_1 = -d \leftarrow d = -a_1$$
$$20d = 40$$
$$\boxed{d = 2}$$

תשובה: הסדרה עולה.

ד. המחובר האחרון, באיבר האחרון של הסדרה החדשה, הוא a_{43} **בסדרה המקורית.**

כל איבר בסדרה החדשה הוא עם k **מחוברים,**

לכן המחובר הראשון, באיבר האחרון של הסדרה החדשה, הוא $a_{43-k+1} = a_{44-k}$ **.**

כיוון שהמחובר הראשון, באיבר הראשון של הסדרה החדשה הוא a_1 **, הרי שבסדרה החדשה** $44-k$ **איברים.**

תשובה: מספר האיברים בסדרה החדשה הוא $44-k$ **.**

א. (1) נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- עברו את מבחן המתכונת** $\overline{A}$ **- לא עברו את מבחן המתכונת**

B **- עברו את מבחן הבגרות** $\overline{B}$ **- לא עברו את מבחן הבגרות**

<u>נתונים ומשמעויות מידיות בשנת 2017</u>

$$N(A\cap\overline{B})=N(\overline{A}\cap B) \quad \rightarrow P(A\cap\overline{B})=P(\overline{A}\cap B)=x$$

$$N(A)=N(B)=250$$

$$P(B/A)=0.9 \quad \rightarrow P(\overline{B}/A)=0.1$$

$P(B)=0.8 \quad \rightarrow P(\overline{B})=0.2$ **, ולכן:** $P(A\cap B)=0.8-x$ **, ומכאן ש:** $P(A)=0.8$ **ו-** $P(\overline{A})=0.2$ **.**

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **עברו מתכונת**	$\overline{A}$ **לא עברו מתכונת**	
B **עברו בגרות**	$0.8-x=0.72$	$x=0.08$	0.8
$\overline{B}$ **לא עברו בגרות**	$x=0.08$	0.12	0.2
	0.8	0.2	1

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

$$0.9=\frac{0.8-x}{0.8}$$

$$0.72=0.8-x$$

$$\boxed{x=0.08}$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

$$P(A\cap B)=0.72 \quad \rightarrow N(A\cap B)=0.72\cdot 250=180$$

תשובה: 180 **תלמידים עברו גם את בחינת המתכונת וגם את בחינת הבגרות.**

(2) $$P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.08}{0.2}=0.4$$

תשובה: ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת הבגרות, אם ידוע שנכשל בבחינת המתכונת, היא 0.4 **.**

(3) $$\left[P(\overline{B}/\overline{A})\right]^2=\left[\frac{P(\overline{B}\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}\right]^2=\left[\frac{0.12}{0.2}\right]^2=0.6^2=0.36$$

תשובה: ההסתברות ששני תלמידים (עם החזרה) נכשלו במתכונת, אם ידוע שנכשלו בבגרות, היא 0.36 **.**

ב. נתונים ומשמעויות מידיות בשנת 2018

$$N(A\cap \overline{B}) = N(\overline{A}\cap B) \quad \to P(A\cap \overline{B}) = P(\overline{A}\cap B) = x$$

אין תלות בין המאורע "עובר את בחינת המתכונת" לבין המאורע "עובר את בחינת הבגרות".

$$P(B) = a \quad \to P(\overline{B}) = 1-a$$

$$P(B) = a \quad \to P(A\cap B) = a-x \quad \to P(A) = a$$

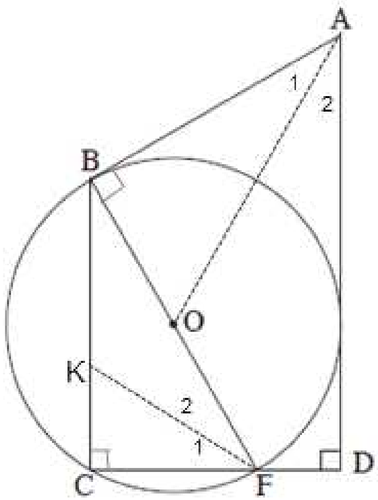
	$\overline{A}$ **לא עברו מתכונת**	A **עברו מתכונת**	
a	x	$a-x$	B **עברו בגרות**
$1-a$		x	$\overline{B}$ **לא עברו בגרות**
1		a	

יש להביע את ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת המתכונת ונכשל בבחינת הבגרות בשנה זו, באמצעות a.

נשתמש באי התלות בין המאורעות.

$P(A\cap \overline{B}) = P(A)\cdot P(\overline{B}) = a(1-a)$.

תשובה: ההסתברות היא $a(1-a)$.



<u>נתונים</u>

1. O **מרכז המעגל** **2.** R **רדיוס המעגל** **3.** BF **קוטר**

4. AB **משיק ב-** B **5.** AD **משיק** **6.** $AD \perp CD$.

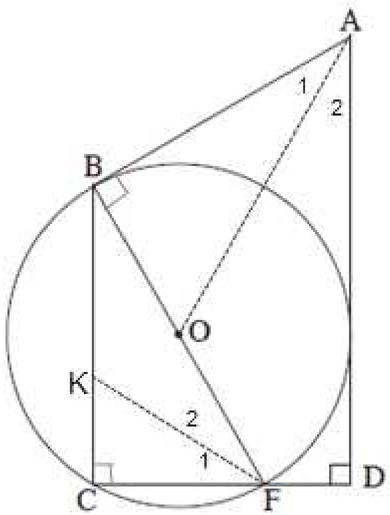
7. $\sphericalangle F_1 = \sphericalangle F_2$ **עבור ב.** .

צ"ל: א. $\sphericalangle BFC = \sphericalangle BAD$ **ב.** $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$

ג. $KB \cdot AB = 2R^2$ **ד.** $S_{\Delta BFK} > S_{\Delta KFC}$

הסבר		טענה	נימוק
1	8	O **מרכז המעגל**	נתון
4	9	AB **משיק ב-** B	נתון
8, 9	10	$AB \perp OB$	רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה
6	11	$AD \perp CD$	נתון
	12	$\sphericalangle BFC + \sphericalangle BFD = 180°$	זווית שטוחה שווה $180°$
10, 11	13	$\sphericalangle BAD + \sphericalangle BFD = 180°$	סכום זוויות $360°$ במרובע ABFD
12, 13	14	$\sphericalangle BFC = \sphericalangle BAD$	חישוב
מ.ש.ל. א			
7	15	$\sphericalangle F_1 = \sphericalangle F_2$	נתון
5	16	AD **משיק**	נתון
1, 9, 16	17	$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$	אם מנקודה יוצאים שני משיקים למעגל, אז הקטע למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשירים
14, 15, 17	18	$\sphericalangle F_1 = \sphericalangle A_1$ (ז)	כלל המעבר
3	19	BF **קוטר**	נתון
19	20	$BC \perp CD$	זוויות היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה
10, 20	21	$\sphericalangle C = \sphericalangle ABO = 90°$ (ז)	כלל המעבר
18, 21	22	$\Delta FCK \sim \Delta ABO$	משפט דמיון זווית זווית
22	23	$\frac{FC}{AB} = \frac{FK}{AO} = \frac{CK}{BO}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
23	24	$KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$	חישוב
מ.ש.ל. ב			

הסבר		טענה	נימוק
7	25	$\measuredangle F_1 = \measuredangle F_2$	נתון
25	26	$\frac{BK}{KC} = \frac{BF}{CF}$	משפט חוצה זווית ΔFCB
26	27	$KC = \frac{CF \cdot BK}{BF}$	חישוב
2	28	רדיוס המעגל R	נתון
19, 24, 27, 28	29	$\frac{CF \cdot R}{AB} = \frac{CF \cdot BK}{2R}$	כלל המעבר והצבה
29	30	$KB \cdot AB = 2R^2$	חישוב
מ.ש.ל. ג			
20, 26	31	$\frac{S_{\Delta BFK}}{S_{\Delta KFC}} = \frac{BK \cdot CF \cdot 0.5}{BK \cdot CF \cdot 0.5} = \frac{BK}{KC} = \frac{BF}{CF}$	נוסחאות שטח משולש וכלל המעבר
20	32	$BF > CF$	היתר הצלע הגדולה ביותר ב- ΔFCB
31, 32	33	$S_{\Delta BFK} > S_{\Delta KFC}$	חישוב
מ.ש.ל ד			



א. (1) R **רדיוס המעגל החוסם את** ΔABC.

$ABFE$ **מעוין, ולכן האלכסונים חוצים את זוויותיו ומאונכים זה לזה.**

$\sphericalangle BAC = \sim$ **ולכן** $\sphericalangle FAE = \sphericalangle FAD = \frac{\sim}{2}$ **,** $\sphericalangle ABC = \quad$.

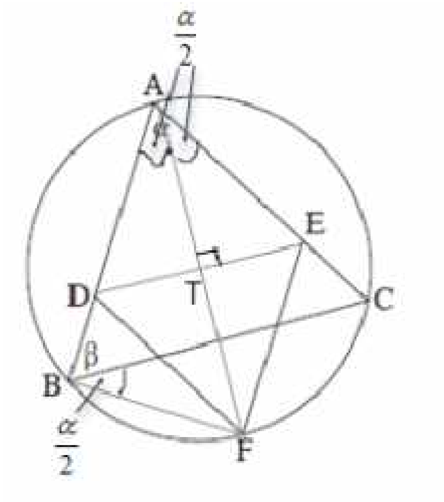
$\sphericalangle CBF = \sphericalangle FAC = \frac{\sim}{2}$ **(זוויות היקפיות שוות, הנשענות על אותה קשת) .**

תשובה: $\sphericalangle ABF = \quad + \frac{\sim}{2} = 90°$.

(2) על פי משפט הסינוסים:

$\underline{\Delta AFB}$

$$\frac{AF}{\sin(\quad + \frac{\sim}{2})} = 2R \rightarrow \boxed{AF = 2R\sin(\quad + \frac{\sim}{2})}$$



תשובה: $AF = 2R\sin(\quad + \frac{\sim}{2})$.

ב. נמצא את אורך צלע המעוין $ABFE$.

$\underline{\Delta ATE}$

$$\cos\frac{\sim}{2} = \frac{AT}{AE}$$

$$\boxed{AE = \frac{R\sin(\quad + \frac{\sim}{2})}{\cos\frac{\sim}{2}}}$$

תשובה: אורך צלע המעוין הוא $\frac{R\sin(\quad + \frac{\sim}{2})}{\cos\frac{\sim}{2}}$.

ג. נתון כי הוא קוטר במעגל, לכן $AF = 2R,\ AT = R$ **.**

$\sphericalangle ABF = \quad + \frac{\sim}{2} = 90^\circ$ **(זווית היקפית, הנשענת על הקוטר, היא ישרה)**

$$AE = \frac{R \sin 90^\circ}{\cos\frac{\sim}{2}}$$

$$\boxed{AE = \frac{R}{\cos\frac{\sim}{2}}}$$

נמצא את שטח המעוין $ABFE$ **.**

$$S_{ADFE} = AE \cdot AD \cdot \sin\sphericalangle EAD$$

$$S_{ADFE} = \left(\frac{R}{\cos\frac{\sim}{2}}\right)^2 \sin \sim$$

$$S_{ADFE} = \frac{R^2 \cdot 2\sin\frac{\sim}{2}\cos\frac{\sim}{2}}{\cos^2\frac{\sim}{2}}$$

$$\boxed{S_{ADFE} = 2R^2 \tan\frac{\sim}{2}}$$

תשובה: הוכַח.

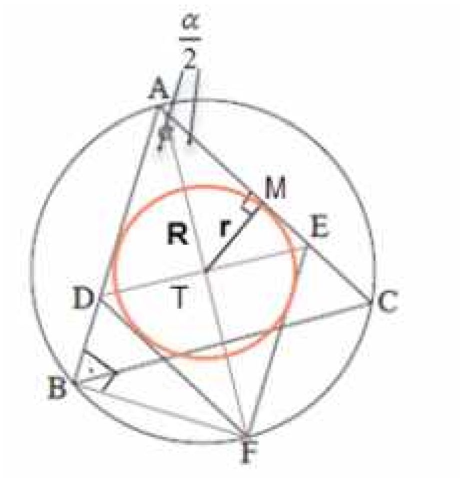
ד. נתון כי רדיוס המעגל החסום במעוין הוא $\frac{3}{5}R$**.**

מפגש אלכסוני המעוין הוא מרכז המעגל החסום בו, כי הוא מפגש חוצי זוויותיו.

נוריד אנך TM **, ממפגש אלכסוני המעוין לצלע המעוין.**

לכן TM **הוא רדיוס המעגל החסום המעוין, כאשר** AE **הוא משיק למעגל זה.**

<u>ΔATM</u>



$$\sin\frac{\sim}{2} = \frac{TM}{AT} = \frac{0.6R}{R} = 0.6$$

$$\frac{\sim}{2} = 36.87^\circ \quad \leftarrow \frac{\sim}{2} < 90^\circ$$

$$\boxed{\quad = 53.13^\circ} \quad \leftarrow \quad + \frac{\sim}{2} = 90^\circ$$

תשובה: $\quad = 53.13^\circ$ **.**

א. נתונה הפונקציה $g''(x)=-\frac{18}{x^4}+\frac{18}{(x-4)^4}$ **, שתחום ההגדרה שלה הוא** $x\neq 0,4$.

ולכן, על פי הנתון, זה תחום ההגדרה גם של $g'(x)$ **וגם של** $g(x)$ **.**

(1) נתון כי משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ **, בנקודת הפיתול שלה, היא** $y=\frac{3}{2}x-3$ **.**

נמצא את שיעור ה- x **בנקודת הפיתול.**

$$0=-\frac{18}{x^4}+\frac{18}{(x-4)^4} \quad \rightarrow \frac{18}{x^4}=\frac{18}{(x-4)^4}$$

$$x^4=(x-4)^4$$

$$\cancel{x=x-4} \quad or \quad -x=x-4 \quad \rightarrow \boxed{x=2}$$

לכן, על פי שיפוע המשיק בנקודת הפיתול $g'(2)=\frac{3}{2}$ **,**

ועל-פי משוואת המשיק, שיעורי נקודת הפיתול הם $y=\frac{3}{2}\cdot 2-3=0 \rightarrow (2,0)$ **.**

$$g'(x)=\int g''(x)\,dx=\int 18\,(-x^{-4}+(x-4)^{-4})\,dx$$

$$g'(x)=18\cdot(-\frac{x^{-3}}{-3}+\frac{(x-4)^{-3}}{-3})+c$$

$$g'(x)=6\cdot(\frac{1}{x^3}-\frac{1}{(x-4)^3})+c$$

$$\frac{3}{2}=6\cdot(\frac{1}{2^3}-\frac{1}{(2-4)^3})+c \quad \leftarrow g'(2)=\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}=\frac{3}{2}+c \quad \rightarrow c=0 \quad \rightarrow \boxed{g'(x)=\frac{6}{x^3}-\frac{6}{(x-4)^3}}$$

$$g(x)=\int g'(x)\,dx=\int 6\,(x^{-3}-(x-4)^{-3})\,dx$$

$$g(x)=6\cdot(\frac{x^{-2}}{-2}-\frac{(x-4)^{-2}}{-2})+c$$

$$g(x)=3\cdot(-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x-4)^2})+c$$

$$0=3\cdot(-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{(2-4)^2})+c \quad \leftarrow g(2)=0$$

$$0=0+c \quad \rightarrow c=0 \quad \rightarrow \boxed{g(x)=\frac{3}{(x-4)^2}-\frac{3}{x^2}}$$

תשובה: $g(x)=\frac{3}{(x-4)^2}-\frac{3}{x^2}$ **.**

(2) תשובה: תחום ההגדרה של $g(x)$ הוא $x \neq 0,4$.

(3) נמצא את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$.

$$g'(x) = \frac{6}{x^3} - \frac{6}{(x-4)^3}$$

$$0 = \frac{6}{x^3} - \frac{6}{(x-4)^3}$$

$$\frac{6}{(x-4)^3} = \frac{6}{x^3}$$

$$x^3 = (x-4)^3$$

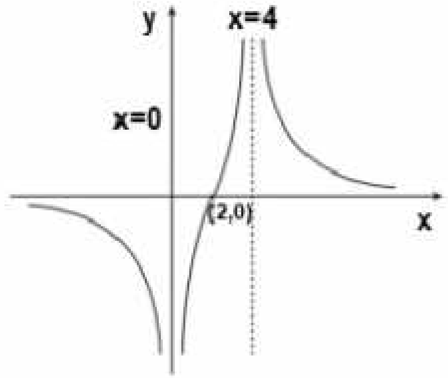
$$x = x-4$$

$$0 = -4$$

אין נקודות קיצון. נמצא את סימני הנגזרת : $g'(5) < 0$, $g'(1) > 0$, $g'(-1) < 0$ **.**

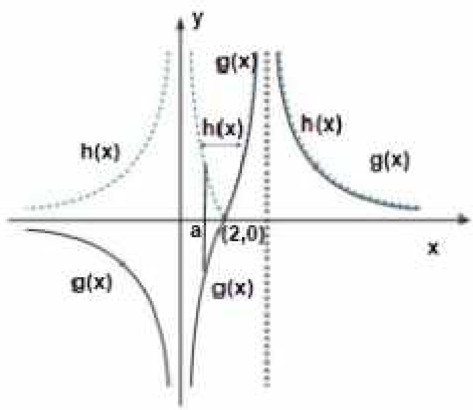
תשובה: עלייה - $0 < x < 4$ **, ירידה -** $x > 4$ **או** $x < 0$ **.**

(4) סקיצה של $g(x)$.

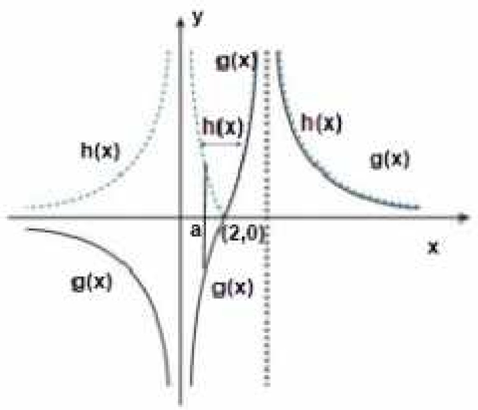


ב. $h(x) = |g(x)| \quad \to h(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq 2, x \neq 4 \\ -g(x) & x < 2, x \neq 0 \end{cases}$ **.**

סקיצה מתאימה, כולל סימון שטח עבור סעיף ג.



ג. נתון כי $\int_a^2 g(x)\,dx = t$ **, כאשר** $0 < a < 2$ **, ו-** t **הוא פרמטר.**



ניתן לראות, על פי הסקיצה, בתחום $0 < a < 2$ **,**

כי מעל ציר ה- x **:** $\int_a^2 (h(x)-0)\,dx = \int_a^2 (-g(x)-0)\,dx = -t$

וגם כי מתחת לציר ה- x **:** $\int_a^2 (0-g(x))\,dx = -t$ **.**

מכאן שגודלו של השטח הוא $-t+(-t) = -2t$ **, ולכן** $\int_a^2 (h(x)-g(x))\,dx = -2t$ **.**

ניתן לחשב, גם ללא היעזרות בשטחים, אך מתוך הבנה כי בתחום $0 < a < 2$ **מתקיים** $h(a) = -g(a)$ **:**

$\int_a^2 (h(x)-g(x))\,dx = \int_a^2 (-g(x)-g(x))\,dx = \int_a^2 (-2g(x))\,dx = -2t$ **.**

תשובה: $\int_a^2 (h(x)-g(x))\,dx = -2t$

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=2\sin x+\cos 2x-1$ **, בתחום** $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

(1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **, כלומר** $(0,0)$ $\rightarrow$ $f(0)=2\sin 0+\cos(2\cdot 0)-1=0$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$0=2\sin x+\cos 2x-1$$
$$0=2\sin x+1-2\sin^2 x-1$$
$$0=2\sin x\,(1-\sin x)$$
$$\sin x=0 \quad \sin x=1$$
$$x=\pi k \quad x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$
$$(0,0) \qquad (\frac{\pi}{2},0)$$
$$(\pi,0)$$

תשובה: $(\pi,0)$ **,** $(\frac{\pi}{2},0)$ **,** $(0,0)$.

(2) נמצא את ערכי הפונקציה בקצות התחום הסגור:

$$f(-\frac{\pi}{2})=2\sin(-\frac{\pi}{2})+\cos(2\cdot(-\frac{\pi}{2}))-1=-4 \quad\rightarrow \boxed{(-\frac{\pi}{2},-4)}$$
$$f(\frac{3\pi}{2})=2\sin(\frac{3\pi}{2})+\cos(2\cdot\frac{3\pi}{2})-1=-4 \quad\rightarrow \boxed{(\frac{3\pi}{2},-4)}$$

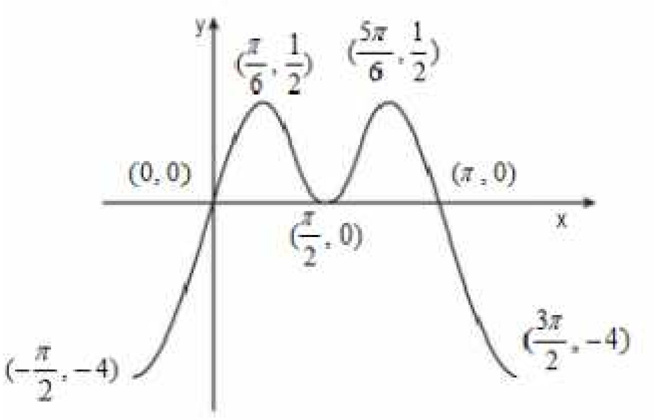
$$\boxed{f'(x)=2\cos x-2\sin 2x}$$
$$0=2\cos x-4\sin x\cos x$$
$$0=2\cos x\,(1-2\sin x)$$
$$\cos=0 \qquad \sin x=0.5=\sin\frac{\pi}{6}$$
$$x=\frac{\pi}{2}+\pi k \qquad x=\frac{\pi}{6}+2\pi k \quad x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$$
$$(\pm\frac{\pi}{2},0),(\frac{3\pi}{2},-4) \qquad (\frac{\pi}{6},\frac{1}{2}) \qquad (\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2})$$

נבנה טבלת עלייה ירידה, תוך שימוש בערכי הפונקציה ונזהה את נקודות הקיצון וסוגן.

x	$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{2}$
$f(x)$	-4		$\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		-4
$f'(x)$									
מסקנה	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

תשובה: $(\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2})$ **,** $(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2})$ **מקסימום,** $(\frac{3\pi}{2},-4)$ **,** $(\frac{\pi}{2},0)$ **,** $(-\frac{\pi}{2},-4)$ **מינימום .**

(3) סקיצה של $f(x)=2\sin x+\cos 2x-1$ **.**

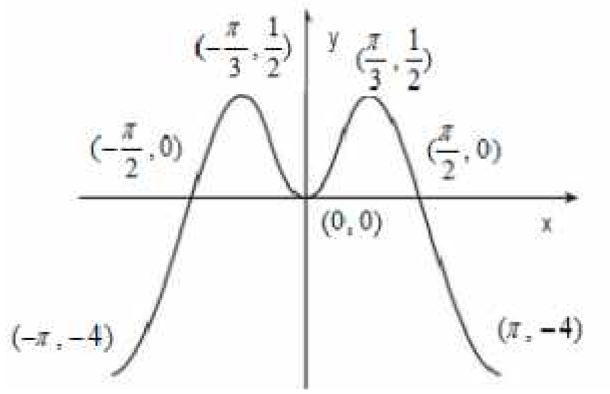


ב. גרף הפונקציה: $f(x)=2\sin x+\cos 2x-1$ **הוזז שמאלה ב** $\frac{\pi}{2}$ **,**

כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$ **, בתחום** $-\pi \le x \le \pi$ **.**

(1) תשובה: $g(x)=f(x+\frac{\pi}{2})$ **.**

(2) סקיצה מתאימה של $g(x)=f(x+\frac{\pi}{2})$ **.** $(-\pi, -4)$



(3) נוכיח ש- זוגית, כפי שניתן לראות מהסקיצה $g(x)=f(x+\frac{\pi}{2})$ **.**

$$g(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos 2(x+\frac{\pi}{2})-1$$

$$g(x)=2\sin(\frac{\pi}{2}-x)+\cos(2x+\pi)-1 \quad \leftarrow \sin\alpha=\sin(180^\circ-\alpha)$$

$$\boxed{g(x)=2\cos x-\cos 2x} \quad \leftarrow \sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha, \quad \cos\alpha=-\cos(180^\circ+\alpha)$$

$$g(-x)=2\cos(-x)-\cos(-2x)$$

$$g(-x)=2\cos x-\cos 2x \quad \leftarrow \cos(-\alpha)=\cos\alpha$$

$$\boxed{g(-x)=g(x)}$$

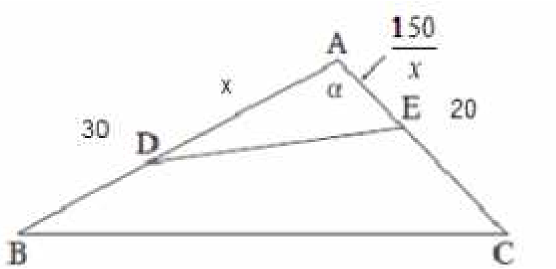
תשובה: הוכַח.

ג. $f(x+\frac{®}{2})$ **היא הזזה שמאלה ב-** $\frac{®}{2}$ **של** $f(x)$ **.**

לכן, $\int_0^{\frac{®}{2}} f(x)\,dx = \int_{-\frac{®}{2}}^{0} f(x+\frac{®}{2})\,dx$**, כי גם הגבולות הוזזו שמאלה ב-** $\frac{®}{2}$**.**

תשובה: $\text{II} \quad \int_{-\frac{®}{2}}^{0} f(x+\frac{®}{2})\,dx$

א. נביע באמצעות x **את אורך הקטע** AE **.**



$$S_{\Delta ADE}=\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}$$

$$\frac{AE\cdot AD\cdot \sin\sphericalangle A}{2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{AB\cdot AC\cdot \sin\sphericalangle A}{2}\quad /:\frac{\sin\sphericalangle A}{2}>0$$

$$AE\cdot x=\frac{1}{4}\cdot 30\cdot 20$$

$$\boxed{AE=\frac{150}{x}}$$

תשובה: $AE=\frac{150}{x}$ **.**

ב. (1) הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא אורך הקטע DE **, כאשר** $\sim$ **קבוע.**

לפי משפט הקוסינוסים $\underline{\Delta ADE}$

$$(DE)^2=(AD)^2+(AE)^2-2AD\cdot AE\cdot\cos\sphericalangle A$$

$$(DE)^2=x^2+(\frac{150}{x})^2-2\cdot x\cdot\frac{150}{x}\cdot\cos\sim$$

$$(DE)^2=x^2+\frac{22500}{x^2}-300\cos\sim$$

$$\boxed{DE=\sqrt{x^2+\frac{22500}{x^2}-300\cos\sim}}\quad\leftarrow DE>0$$

$$(DE)'=\frac{2x+\frac{0-22500\cdot 2x}{x^4}}{2\sqrt{x^2+\frac{22500}{x^2}-300\cos\sim}}$$

$$\boxed{(DE)'=\frac{2x^4-45000}{2x^3\sqrt{x^2+\frac{22500}{x^2}-300\cos\sim}}}$$

$$2x^4-45000=0$$

$$x^4=22500$$

$$x=5\sqrt{6}\sim 12.2\quad\leftarrow x>0$$

$$\left.\begin{array}{l}(DE)'(12)=\frac{-}{+}<0\\ (DE)'(13)=\frac{+}{+}>0\end{array}\right\}x=5\sqrt{6},o.k.$$

$$DE(5\sqrt{6})=\sqrt{(5\sqrt{6})^2+\frac{22500}{(5\sqrt{6})^2}-300\cos\sim}$$

$$DE(5\sqrt{6})=\sqrt{300-300\cos\sim}$$

תשובה: האורך המינימלי של הקטע DE **הוא** $\sqrt{300-300\cos\sim}$ **.**

(2) כיוון שאורך הצלע BC **הוא קבוע, הרי שהיחס** $\frac{DE}{BC}$ **הוא מינימלי, כאשר** DE **מינימלי.**

על פי תת סעיף ב(1) DE **מינימלי , כאשר** $x=5\sqrt{6}$ **.**

תשובה: $x=5\sqrt{6}$ **, עבורו היחס** $\frac{DE}{BC}$ **הוא מינימלי.**