א. נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר ב- v (קמ"ש, נוח עבור סעיף ב) .

נסמן את מהירות נסיעתו של משה ב- x (קמ"ש) .

(הערה – המספרים בטבלה, בסוגריים, מראים את אופן מילוי הטבלה)

		זמן - t שעות	מהירות - v ק"מ לשעה	דרך-מרחק - s ק"מ
מהתחלה עד המפגש	**אמיר**	(12) $\frac{8x}{v}$	(11) v	(10) $8x$
	משה	(9) $\frac{2v}{x}$	(8) x	(7) $2v$
מהמפגש עד ההגעה לעיר השנייה	**אמיר**	(1) 2	(2) v	(3) $2v$
	משה	(4) 8	(5) x	(6) $8x$

זמני הנסיעה של אמיר ומשה, עד המפגש, שווים זה לזה.

לכן, המשוואה המתאימה היא $\frac{8x}{v}=\frac{2v}{x}$ **.**

$$4x^2=v^2$$

$$2x=v \quad / \, x,v>0$$

הזמן עד הפגישה: $\frac{8x}{v}=\frac{8x}{2x}=4$ **,** 4 **שעות.** 4 **שעות, לאחר שעת היציאה ב-** $6:00$ **, כלומר בשעה** $10:00$ **.**

תשובה: אמיר ומשה עברו זה על פני זה בשעה $10:00$ **.**

ב. (1) המרחק בין עיר א לעיר ב הוא $8x+2v=4v+2v=6v$**.**

תשובה: המרחק בין עיר א לעיר ב הוא $6v$ **ק"מ.**

(2) נסמן את מהירות נסיעתה של יסמין ב- y **(קמ"ש) .**

יסמין רכבה באופנוע, מעיר א לעיר ב, החל מהמפגש בין אמיר למשה.

זמן נסיעתה גדול מזמנו של אמיר מהמפגש ועד עיר ב (2 **שעות),**

וקטן מזמנו של משה מהמפגש ועד עיר א (8**שעות).**

אי השוויון המתאים הוא : $2<\frac{6v}{y}<8$ **, ומכאן ש-** $\boxed{\frac{3}{4}v<y<3v}$ **.**

תשובה: מהירותה של יסמין (קמ"ש) היא בין $\frac{3}{4}v$ **ל-** $3v$**.**

א. a_n **היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת (כלומר,** $a_n \to 0$ **,** $-1<q<1$ **), שסכומה שלילי (כלומר,** $S<0$ **).**

נבדוק איזו טענה <u>בהכרח</u> נכונה.

$S<0$

$\frac{a_1}{1-q}<0$

כיוון ש- $-1<q<1$ **, אז** $1-q>0$ **. אם המכנה חיובי, והמנה שלילית - אז המונה <u>בהכרח</u> שלילי.**

תשובה: טענה III **בהכרח נכונה,** $a_1<0$ **.**

ב. נביע את p **באמצעות** q **.**

	איברים במקומות אי-זוגיים	**איברים במקומות זוגיים**
A_1	a_1	$a_2=a_1q$
Q	$\frac{a_{n+2}}{a_n}=\frac{a_nq^2}{a_n}=q^2$	q^2
סכום הסדרה המתכנסת $-1<q<1 \quad \to 0<q^2<1$	$T=\frac{a_1}{1-q^2}$	$R=\frac{a_1q}{1-q^2}$

נתון $T+p\cdot R=0$

$$\frac{a_1}{1-q^2}+p\cdot\frac{a_1q}{1-q^2}=0 \quad :\frac{a_1}{1-q^2}<0$$

$$1+p\cdot q=0$$

$$\boxed{p=-\frac{1}{q}}$$

תשובה: $p=-\frac{1}{q}$ **.**

ג. b_n **היא סדרה הנדסית, שהמנה שלה היא** $p=-\frac{1}{q}$ **.**

כיוון ש- $-1<q<1$**, הרי ש-** $-\frac{1}{q}>1$ **או** $-\frac{1}{q}<-1$ **, ולכן הסדרה אינה מתכנסת.**

תשובה: הסדרה b_n **אינה מתכנסת.**

ד. נתון $p=-\frac{1}{q}<0$ **, ולכן** $0<q<1$**.**

כיוון שמצאנו כי $a_1<0$ **, וגם** $0<q<1$ **, הרי שהסדרה עולה –**

כאשר a_1 **הוא האיבר הקטן ביותר בסדרה, ו-** $a_n\to 0$ **.**

תשובה: הראינו ש- $a_{n+1}>a_n$ **(כלומר שהסדרה** a_n **עולה).**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- עברו את המבחן** $\overline{A}$ **- לא עברו את המבחן**

B **- נעזרו בחבריהם** $\overline{B}$ **- לא נעזרו בחבריהם**

<u>נתונים ומשמעויות מידיות</u>

$P(B)=0.37$ **,** $P(\overline{B})=0.63$

$$P(A/B)=\frac{35}{37}\quad\rightarrow P(\overline{A}/B)=\frac{2}{37}$$

$$5N(\overline{A}\cap\overline{B})=N(A\cap B)\rightarrow 5P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(A\cap B)$$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{35}{37}=\frac{P(A\cap B)}{0.37}$$

$$P(A\cap B)=0.35$$

ולכן: $P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{0.35}{5}=0.07$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **עברו את המבחן**	$\overline{A}$ **לא עברו את המבחן**	
B **נעזרו בחבריהם**	0.35	0.02	0.37
$\overline{B}$ **לא נעזרו בחבריהם**	0.56	0.07	0.63
	0.91	0.09	1

$$P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.02}{0.09}=\frac{2}{9}$$

תשובה: ההסתברות לבחור, באקראי, נבחן שנעזר בחבריו, אם ידוע שהוא לא עבר את המבחן, היא $\frac{2}{9}$ **.**

ב. עבור יעל, שנעזרה בחבריה, הסיכוי שעברה את הבחינה הוא $P(A/B)=\frac{35}{37}$ **.**

עבור הדס, שלא נעזרה בחבריה, הסיכוי שעברה את הבחינה הוא $P(A/\overline{B})=\frac{P(A\bigcap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.56}{0.63}=\frac{8}{9}$ **.**

תשובה: כן, ההסתברות שיעל עברה את הבחינה גבוה מזה של הדס, כי $\frac{35}{37}>\frac{8}{9}$ **.**

ג. שליש מ- 6 **תלמידים הוא** 2 **תלמידים.**

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=6$, $p(\textit{Passed the test without help}) = P(A \cap \overline{B}) = 0.56$ **,** $k=2$**.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

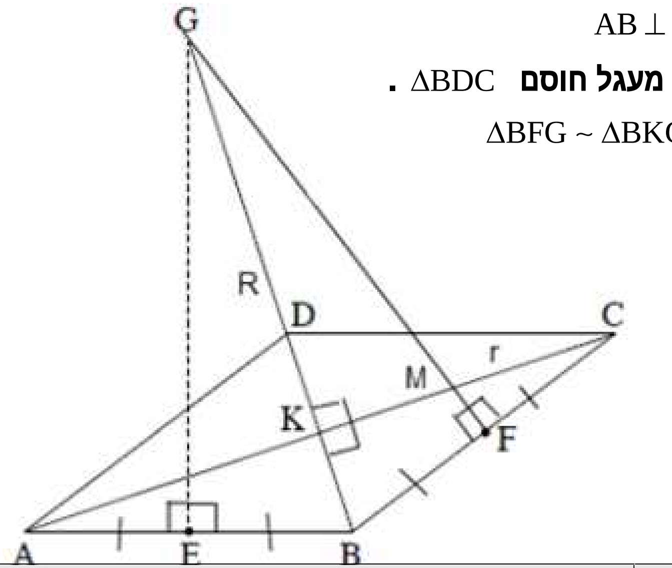
$$P_6(2) = \binom{6}{2} \cdot 0.56^2 \cdot (1-0.56)^{6-2} = 15 \cdot 0.56^2 \cdot 0.44^4 = 0.1763$$

תשובה: ההסתברות ששליש משישת התלמידים שנבחרו, לא נעזרו בחבריהם ועברו את המבחן, היא 0.1763**.**

ד. ההסתברות לקיום של לפחות אחת משתי הטענות – 1) תלמיד נעזר בחבריו, 2) התלמיד לא עבר את המבחן,

היא $P(B \cup \overline{A}) = 1 - P(\overline{B} \cap A) = 1 - 0.56 = 0.44$

תשובה: ההסתברות היא 0.44**.**



נתונים

.1 $ABCD$ **מעוין. .2** $AE = EB$ **.3** $BF = CF$ **.4** $AB \perp EG$

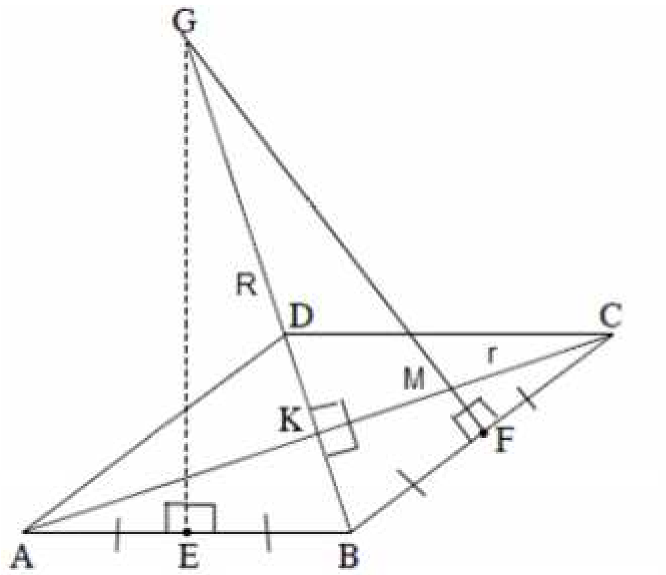
עבור ב. .5 R **רדיוס מעגל חוסם** ΔABC **.6** r **רדיוס מעגל חוסם** ΔBDC **.**

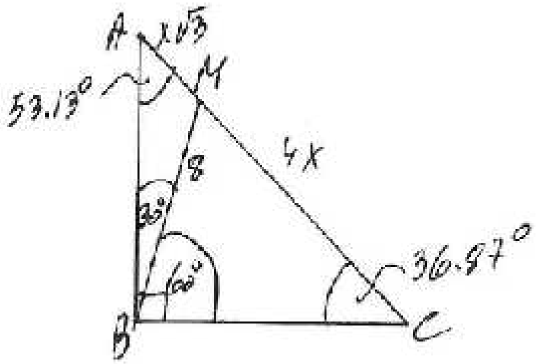
צ"ל: א. G **מרכז מעגל חוסם** ΔABC **ב.** $\Delta BFG \sim \Delta BKC \sim \Delta MFC$

ג. (1) $\frac{MF}{CF} = \frac{MC}{GB}$ **,** $\frac{BK}{CK} = \frac{MF}{CF}$ **(2)** $\frac{r}{R} = \frac{DB}{AC}$ **.**

הסבר		טענה	נימוק
1	**7**	$ABCD$ **מעוין**	**נתון**
2	**8**	$AE = EB$	**נתון**
4	**9**	$AB \perp EG$	**נתון**
9 ,8	**10**	EG **אנך אמצעי לצלע** AB	**אנך באמצע הצלע**
7	**11**	$AK = KC$	**אלכסוני המעוין חוצים זה את זה**
1	**12**	$GK \perp AC$	**אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה**
12 ,11	**13**	BG **אנך אמצעי לצלע** AC	**אנך באמצע הצלע**
13 ,10	**14**	G **מרכז מעגל חוסם** ΔABC	**מפגש אנכים אמצעיים הוא מרכז מעגל חוסם**
		מ.ש.ל. א	
		M **מרכז מעגל חוסם** ΔBDC	**נתון מיותר – נראה למה**
3	**15**	$BF = CF$	**נתון**
15 ,14	**16**	GF **אנך אמצעי לצלע** BC	**יוצא מאמצע צלע** BC , **ומגיע למרכז מעגל חוסם** ΔABC
7	**17**	$CK \perp BD$	**אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה**
7	**18**	$DK = KB$	**אלכסוני המעוין חוצים זה את זה**
18 ,17	**19**	KC **אנך אמצעי לצלע** BD	**אנך באמצע הצלע**
19 ,16	**20**	M **מרכז מעגל חוסם** ΔBDC	**מפגש אנכים אמצעיים הוא מרכז מעגל חוסם**
19 ,16	**21**	$\sphericalangle MFC = \sphericalangle BKC = \sphericalangle BFG$ **(ז)**	**כלל המעבר**
17	**22**	$\sphericalangle KBC = 90° - \sphericalangle MCF$	**סכום זוויות** $180°$ **ב-** ΔBKC
22 ,16	**23**	$\sphericalangle FGB = \sphericalangle MCF$	**סכום זוויות** $180°$ **ב-** ΔBFG
23	**24**	$\sphericalangle MCF = \sphericalangle BCK = \sphericalangle BGF$ **(ז)**	**זווית משותפת וכלל המעבר**
24 ,21	**25**	$\Delta BFG \sim \Delta BKC \sim \Delta MFC$	**משפט דמיון ז. ז.**
		מ.ש.ל. ב	

הסבר		טענה	נימוק
25	26	$\frac{MC}{GB}=\frac{MF}{BF}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
15, 26	27	$\boxed{\frac{MC}{GB}=\frac{MF}{CF}}$	הצבה
25	28	$\frac{MF}{BK}=\frac{CF}{CK}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
28	29	$\boxed{\frac{MF}{CF}=\frac{BK}{CK}}$	חישוב
מ.ש.ל. ג (1)			
27, 29	30	$\frac{MC}{GB}=\frac{BK}{CK}$	כלל המעבר
6	31	r רדיוס מעגל חוסם ΔBDC	נתון
5	32	R רדיוס מעגל חוסם ΔABC	נתון
14, 20, 30-32	33	$\frac{r}{R}=\frac{BK}{CK}$	הצבה
33	34	$\frac{r}{R}=\frac{2BK}{2CK}$	חישוב
11, 18, 34	35	$\frac{r}{R}=\frac{BD}{AC}$	חישוב
מ.ש.ל. ג			





א. $AM : MC = \sqrt{3} : 4$ **, ולכן נסמן:** $AM = x\sqrt{3} \quad , \quad MC = 4x$ **.**

(1) שתי משוואות על פי משפט הסינוסים.

$\underline{\Delta ABM}$

$$I: \quad \frac{BM}{\sin \sphericalangle A} = \frac{AM}{\sin 30^\circ}$$

$\underline{\Delta CMB}$

$$II: \quad \frac{BM}{\sin \sphericalangle C} = \frac{MC}{\sin 60^\circ}$$

נחלק את שתי המשוואות, על-ידי כפל בהופכי,

ונשים לב ש- $\sin \sphericalangle A = \sin(90^\circ - \sphericalangle C) = \cos \sphericalangle C$ **.**

$$\frac{I}{II}: \quad \frac{BM}{\sin \sphericalangle A} \cdot \frac{\sin \sphericalangle C}{BM} = \frac{AM}{\sin 30^\circ} \frac{\sin 60^\circ}{MC}$$

$$\frac{\sin \sphericalangle C}{\cos \sphericalangle C} = \frac{x\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ \cdot 4x}$$

$$\tan \sphericalangle C = 0.75$$

$$\boxed{\sphericalangle C = 36.87^\circ} \quad \boxed{\sphericalangle A = 53.13^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle A = 53.13^\circ$ **,** $\sphericalangle B = 90^\circ$ **,** $\sphericalangle C = 36.87^\circ$ **.**

(2) שתי משוואות על פי משפט הסינוסים.

$\underline{\Delta ABM}$

$$\frac{BM}{\sin 53.13^\circ} = 2R_{\Delta ABM}$$

$$\frac{8}{2\sin 53.13^\circ} = R_{\Delta ABM}$$

$$\boxed{R_{\Delta ABM} = 5}$$

$\underline{\Delta CMB}$

$$\frac{BM}{\sin 36.87^\circ} = 2R_{\Delta CMB}$$

$$\frac{8}{2\sin 36.87^\circ} = R_{\Delta CMB}$$

$$\boxed{R_{\Delta CMB} = 6\frac{2}{3}}$$

תשובה: $R_{\Delta ABM} = 5$ **,** $R_{\Delta CMB} = 6\frac{2}{3}$ **.**

ב. הערה - ΔABM **קהה זווית, ולכן מרכז המעגל החוסם נמצא מחוץ למשולש.**

(1) נראה שהמרובע BO_1MO_2 **הוא דלתון.**

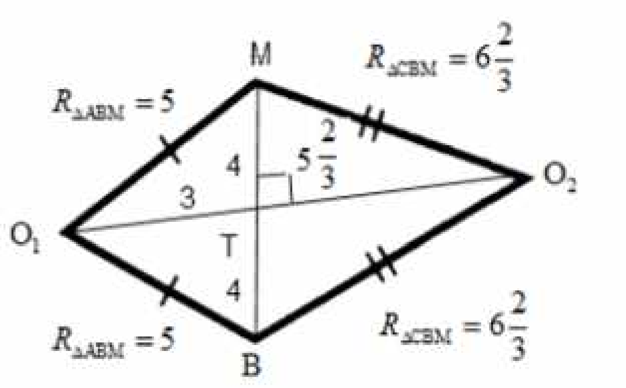
$$O_1M = O_1B = R_{\Delta ABM} = 5$$

$$O_2M = O_2B = R_{\Delta CBM} = 6\frac{2}{3}$$

מכאן שקיימים שני זוגות שונים של צלעות סמוכות שוות, והמרובע BO_1MO_2 **הוא דלתון.**

תשובה: הוכחנו שהמרובע BO_1MO_2 **הוא דלתון.**

(2) נצייר את הדלתון.



אלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה, והאלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני.

לכן, $MT = \frac{8}{2} = 4$.

בעזרת שני משפטי פיתגורס, נקבל:

$\underline{\Delta O_1TM}$

$$O_1T = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$\underline{\Delta O_2TM}$

$$O_2T = \sqrt{(6\frac{2}{3})^2 - 4^2} = 5\frac{1}{3}$$

ומכאן ש- $O_1O_2 = 3 + 5\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$.

תשובה: $O_1O_2 = 8\frac{1}{3}$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$ **.**

נתון כי הפונקציה מוגדרת לכל x**, כלומר הביטוי שבתוך השורש חיובי לכל** x**.**

אם $a=0$**, אז הביטוי שבתוך השורש יהיה של פונקציה קווית יורדת,** $-2x+1$**, ששלילי עבור** $x<0.5$**.**

לכן $a\neq 0$**, והביטוי שבתוך השורש הוא של פונקציה ריבועית, פרבולה.**

עבור $a>0$**, הפרבולה תהייה בעלת מינימום ("צוחקת"), וחיובית תמיד כאשר** $\Delta<0$**.**

$$\Delta=(-2)^2-4\cdot a\cdot 1<0$$
$$4<4a$$
$$\boxed{1<a} \quad a>0 \quad o.k.$$

תשובה: הוכחנו כי $a>1$ **.**

ב. (1) המונה מתאפס עבור $x=\frac{1}{a}$ **, ובהתאם נקודת החיתוך עם ציר ה-** x **היא** $(\frac{1}{a},\ 0)$**.**

נציב $x=0$ **ונקבל** -1**, ובהתאם נקודת חיתוך עם ציר ה-** y **היא** $(0,\ -1)$**.**

תשובה: $(\frac{1}{a},\ 0)$ **,** $(0,\ -1)$ **.**

(2) נמצא אסימפטוטות המקבילות לציר ה- x **.**

$a>1$**, ולכן עבור :** $x\to+\infty$ **ערכי** $f(x)$ **חיוביים , ועבור** $x\to-\infty$ **ערכי** $f(x)$ **שליליים.**

כיוון שהחזקות במונה ובמכנה שוות (ל- 1**) , מתקבלות שתי אסימפטוטות אופקיות.**

לימין $y=+\frac{a}{\sqrt{a}}=\sqrt{a}$**, ולשמאל** $y=-\frac{a}{\sqrt{a}}=-\sqrt{a}$**.**

תשובה: $y=\sqrt{a}\ (x\to+\infty)$**,** $y=-\sqrt{a}\ (x\to-\infty)$**.**

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה:

$$f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$$

$$f'(x)=\frac{a\sqrt{ax^2-2x+1}-\frac{(ax-1)(2ax-2)}{2\sqrt{ax^2-2x+1}}}{ax^2-2x+1}$$

$$f'(x)=\frac{2a(ax^2-2x+1)-(2a^2x^2-2ax-2ax+2)}{2(ax^2-2x+1)\sqrt{ax^2-2x+1}}$$

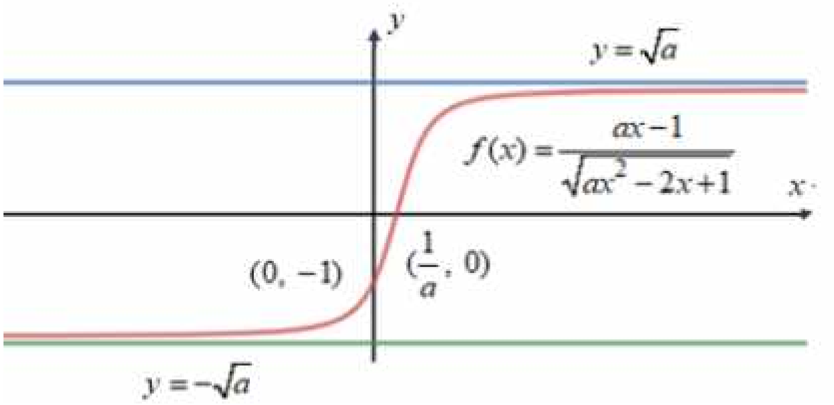
$$f'(x)=\frac{2a^2x^2-4ax+2a-2a^2x^2+2ax+2ax-2}{2\sqrt{(ax^2-2x+1)^3}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2a-2}{2\sqrt{(ax^2-2x+1)^3}}}$$

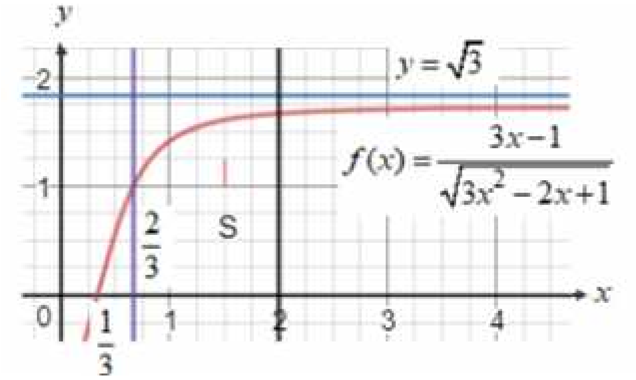
מכנה הנגזרת חיובי. מונה הנגזרת חיובי עבור $a>1$**, ולכן הנגזרת חיובית לכל** x **.**

תשובה: עלייה: כל x **, ירידה: אף** x**.**

(4) סרטוט הסקיצה המתאימה.



ג. נציב $a=3$ **, ובהתאם:** $f(x)=\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$ **(עולה לכל** x **, כי** $a>1$ **) .**



נחשב את השטח המבוקש, על ידי זיהוי הנגזרת הפנימית.

$$S=\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}\cdot(6x-2)\right)dx=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3x^2-2x+1}\,\Big]_{\frac{2}{3}}^{2}$$

$$S=\sqrt{3x^2-2x+1}\,\Big]_{\frac{2}{3}}^{2}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x=2 & 3 \\ x=\frac{2}{3} & 1 \end{array}\right\} S=2$$

תשובה: גודל השטח הוא 2 **יח"ר.**

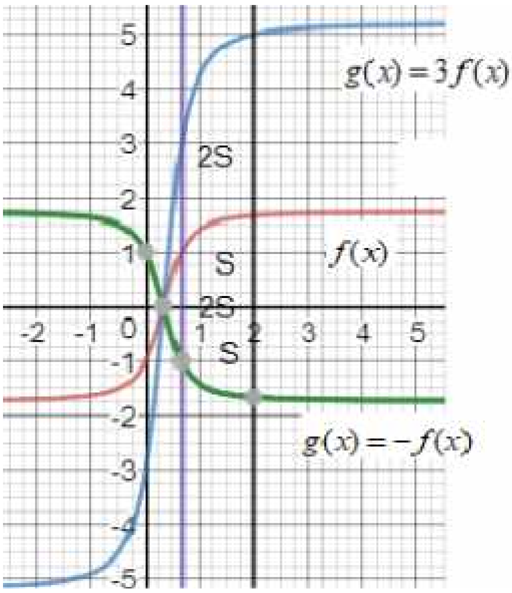
ד. נשים לב שהשטח המדובר, בסעיף זה, הוא בין $f(x)$ ל- $g(x)$ (ולא בין $g(x)$ לציר ה- x).

כאשר $g(x)=3f(x)$ **, נקבל** $\int_{\frac{2}{3}}^{2}(g(x)-f(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(3f(x)-f(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(2f(x))\,dx=2\int_{\frac{2}{3}}^{2}f(x)\,dx=2S$ **.**

כאשר $g(x)=-f(x)$ **, נקבל** $\int_{\frac{2}{3}}^{2}(f(x)-g(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(f(x)-(-f(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(2f(x))\,dx=2\int_{\frac{2}{3}}^{2}f(x)\,dx=2S$ **.**

תשובה: $g(x)=3f(x)$ **או** $g(x)=-f(x)$ **.**

<u>סרטוט מתאים (לא חובה)</u>



א. נתונה הפונקציה: $f(x)$ שהיא גזירה , מוגדרת לכל x, ו- $f(x) \neq 0$ לכל x.

אם $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ באותו הקטע, אז $g(x)$ מוגדרת לכל x , כי $f(x) \neq 0$ בקטע זה.

$g'(x) = \frac{-f'(x)}{f^2(x)}$, כלומר סימני $g'(x)$ נגדיים לאלו של $f'(x)$.

אם $f(x)$ עולה בקטע מסוים, אז $f'(x) \geq 0$ בתחום זה (כאשר $f'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול),
ומתקבל ש- $g'(x) \leq 0$ ו- $g(x)$ יורדת בקטע זה. (כאשר $g'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול).

אם $f(x)$ יורדת בקטע מסוים, אז $f'(x) \leq 0$ בתחום זה (כאשר $f'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול),
ומתקבל ש- $g'(x) \geq 0$ ו- $g(x)$ עולה בקטע זה. (כאשר $g'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול).
תשובה: הוכחנו.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$.

$\sin^2 x \geq 0$ **, ולכן** $2 + \sin^2 x \geq 2$**.**

$-1 \leq \cos x \leq 1$ **, ולכן** $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2 \geq 1$ **.**

תשובה: לא קיים x , עבורו $g(x) = 0$.

ג. (1) נראה ש- $g(x)$ פונקציה זוגית (סימטרית לציר ה- y) , כלומר $g(-x) = g(x)$.

$$g(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) + 2$$
$$g(-x) = (-\sin x)^2 + \cos(x) + 2$$
$$g(-x) = \sin^2 x + \cos x + 2$$
$$\boxed{g(-x) = g(x)}$$

תשובה: כן, $g(x)$ היא פונקציה זוגית.

(2) נראה ש- $g(x) = g(x + 2®)$. תזכורת – המחזוריות של פונקציות ה- $\sin(x)$ וה- $\cos(x)$ היא $2®$.

$$g(x + 2®) = \sin^2(x + 2®) + \cos(x + 2®) + 2$$
$$g(x + 2®) = \sin^2(x) + \cos(x) + 2$$
$$\boxed{g(x + 2®) = g(x)}$$

תשובה: הוכחנו, $g(x) = g(x + 2®)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של $g(x)$ בתחום $0 \le x \le \pi$, ונקבע את סוגן.

נקודות קצה : $(\pi, 1)$ **,** $(0, 3)$ **.**

$$g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$$

$$\boxed{g'(x) = 2\sin x \cos x - \sin x}$$

$$0 = 2\sin x \cos x - \sin x$$

$$0 = \sin x(2\cos x - 1)$$

$$\sin x = 0 \qquad \cos x = 0.5 = \cos\frac{\pi}{3}$$

$$x = \pi k \qquad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = 0 \rightarrow (0, 3), \quad x = \pi \rightarrow (\pi, 1) \quad (edge\ points)$$

$$x = \frac{\pi}{3} \rightarrow g(\frac{\pi}{3}) = 3.25 \rightarrow \boxed{(\frac{\pi}{3}, 3.25)}$$

נבנה טבלה לזיהוי נקודות קיצון המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה .

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
$g(x)$	3		3.25		1
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min

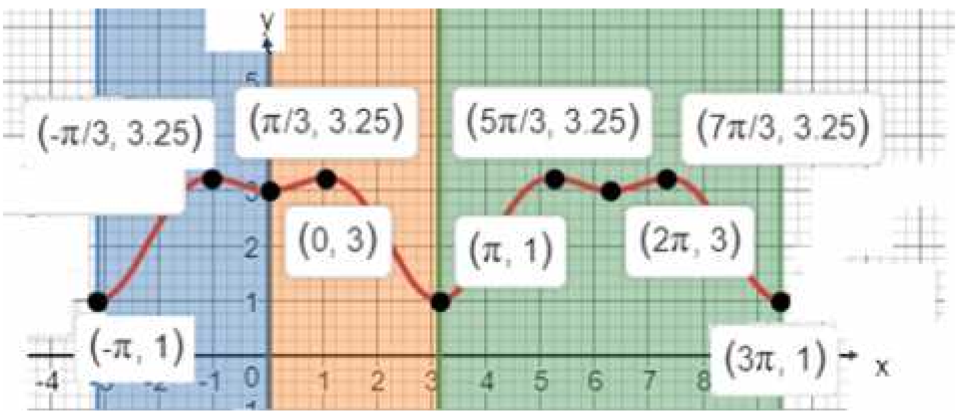
תשובה: $(\pi, 1)$ **מינימום ,** $(\frac{\pi}{3}, 3.25)$ **מקסימום ,** $(0, 3)$ **מינימום.**

(4) נסרטט את הסקיצה המתאימה של $-\pi \le x \le 3\pi$, בשלושה שלבים.

הסרטוט בתחום $0 \le x \le \pi$ **, על פי תת סעיף (3).**

הסרטוט בתחום $-\pi \le x \le \pi$ **, על פי הסימטריה לציר ה-** y **, בהתאם לזוגיות של הפונקציה.**

הסרטוט בתחום $-\pi \le x \le 3\pi$ **, על פי** $g(x) = g(x + 2\pi)$ **.**



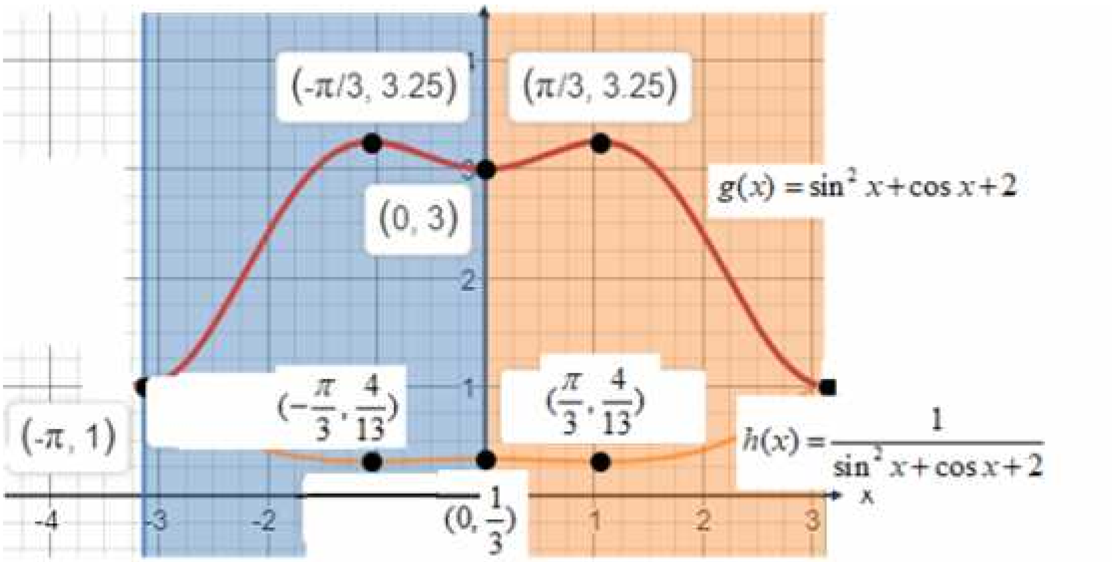
ד. (1) נתונה הפונקציה $h(x)=\frac{1}{\sin^2 x+\cos x+2}$ **, כלומר** $h(x)=\frac{1}{g(x)}$**.**

כיוון שלא קיים x **, עבורו** $g(x)=0$ **, אז מכנה** $h(x)=\frac{1}{g(x)}$ **לא מתאפס.**

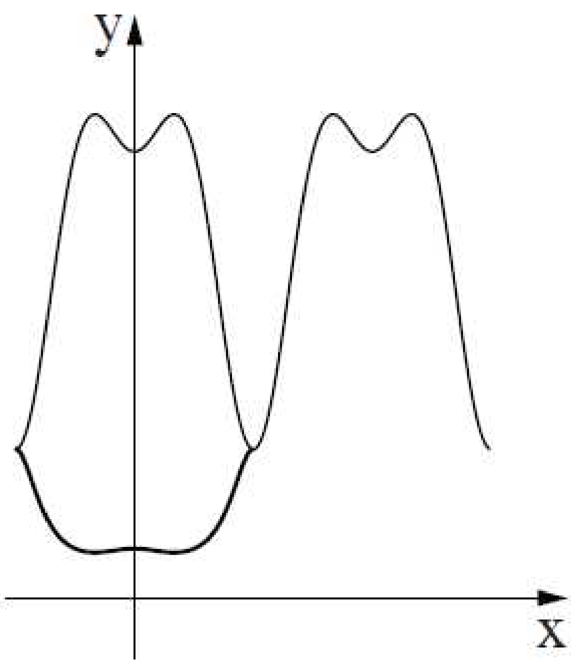
תשובה: תחום ההגדרה של $h(x)$ **הוא כל** x**.**

(2) נסרטט את $h(x)=\frac{1}{g(x)}$**, בתחום** $–® \le x \le ®$ **, בהתבסס על סעיף א.**

כאשר $g(x)$ **עולה אז** $h(x)$ **יורדת, וכאשר** $g(x)$ **יורדת אז** $h(x)$ **עולה.**



או סרטוט של $h(x)$**, בתחום** $–® \le x \le ®$**, ושל** $g(x)$ **בתחום** $–® \le x \le 3®$ **.**



א. צלעות הריבוע מקבילות זו לזו, ולכן על-פי משפט תאלס $\frac{LK}{DC}=\frac{EK}{EC}=\frac{EL}{ED}$.

מכאן ש- $\Delta KLE \sim \Delta CDE$ **(משפט דמיון צלע צלע צלע).**
במשולשים דומים – יחס הגבהים שווה ליחס הצלעות המתאימות.

נסמן $LK = x$ **, ולכן** $\frac{x}{6}=\frac{h}{h+6}$.

נביע את h **באמצעות** x **.**

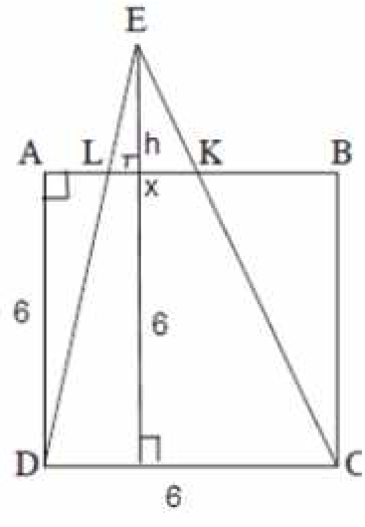
$$x(h+6)=6h \quad \to xh+6x=6h$$

$$6x=6h-xh \quad \to 6x=h(6-x)$$

$$\boxed{h=\frac{6x}{6-x}}$$

תשובה: גובה ΔKLE **הוא** $h=\frac{6x}{6-x}$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא $S=S_{\Delta KLE}+S_{\Delta ADL}+S_{\Delta BCK}$**.**



$$S=\frac{xh}{2}+\frac{AL\cdot AD}{2}++\frac{KB\cdot BC}{2}$$

$$S=\frac{x}{2}\cdot\frac{6x}{(6-x)}+\frac{AL\cdot 6}{2}++\frac{KB\cdot 6}{2}$$

$$S=\frac{3x^2}{6-x}+3(AL+KB)$$

$$S=\frac{3x^2}{6-x}+3(6-x)$$

$$\boxed{S=\frac{3x^2}{6-x}+18-3x}$$

$$S'=\frac{6x(6-x)-(-1)3x^2}{(6-x)^2}-3=\frac{36x-6x^2+3x^2-3(36-12x+x^2)}{(6-x)^2}$$

$$S'=\frac{36x-6x^2+3x^2-108+36x-3x^2}{(6-x)^2}$$

$$\boxed{S'=\frac{-6x^2+72x-108}{(6-x)^2}}$$

$$0=-6x^2+72x-108$$

$$\cancel{x=6+3\sqrt{2}\sim 10.24} \quad \leftarrow 0\le x\le 6$$

$$\boxed{x=6-3\sqrt{2}\sim 1.76}$$

מכנה הנגזרת חיובי.

מונה הנגזרת הוא של פרבולה הפוכה, העוברת משליליות לחיוביות עבור $x=6-3\sqrt{2}$ **,**

ולכן, פונקציית סכום השטחים עוברת מירידה לעלייה, ומכאן $x=6-3\sqrt{2}$ **מינימום.**

תשובה: $x=6-3\sqrt{2}\sim 1.76$ **מינימום , עבורו** $S_{\Delta KLE}+S_{\Delta ADL}+S_{\Delta BCK}$ **הוא מינימלי.**